

Ausbreitung, Durchbruch und Verfestigung von Neuem - Analogien und Impulse aus den Naturwissenschaften

Elke Stangl, Mai 2005, im Auftrag des Club of Vienna / MINAS GmbH, Version 1.6

Abstract Plötzliche Veränderungen in komplexen Systemen und ihre zeitliche und räumliche Verbreitung werden in verschiedenen naturwissenschaftlichen Theorien abgebildet. Zu den erfolgreichsten Theorien gehören jene, die keine mikroskopischen Kenntnisse über die Einzelkomponenten dieser Systeme benötigen, unabhängig davon, ob es sich um Strukturen auf atomarer Ebene oder lebendige Organismen handelt.

Diese phänomenologische Beschreibung bildet eine gemeinsame Klammer um Forschungsgebiete wie Chaostheorie, Physik der Phasenübergänge und Netzwerktheorie. Theorien dieser Art bieten Ansatzmöglichkeiten, um die Verbreitung neuer Ideen und ihre Verfestigung sowie ihre (In)stabilität zu beschreiben.

1. DURCHBRUCH VON NEUEM IN DER GESCHICHTE DER NATURWISSENSCHAFTEN.....	2
1.1 DER FLÜGELSCHLAG VON MÖWEN ODER SCHMETTERLINGEN	2
1.2 ON THE SHOULDERS OF GIANTS	3
1.3 KALTE FUSION	3
1.4 FERMAT'S LETZTER SATZ.....	4
1.5 HOCHTEMPERATURSUPRALEITUNG	5
1.6 LEV LANDAU UND "TIPPING POINTS"	5
1.7 NETZWERKE UND SKALIERUNGSVERHALTEN – VON DER FORSCHUNG ZUM BEST BUSINESS BOOK 2002	5
1.8 GÜLTIGKEIT DER ANALOGIEN – UNIVERSELLES NETZWERKVERHALTEN?	6
2. PHASENÜBERGÄNGE – KRITISCHE VORGÄNGE IN SYSTEMEN.....	7
2.1 PHYSIK DER PHASENÜBERGÄNGE.....	7
2.2 BEISPIELE VON PHASENÜBERGÄNGEN	10
2.2.1 <i>Bose-Einstein-Kondensation und dominante Netzwerkknoten</i>	10
2.2.2 <i>Supraleitung und Netzwerke von Flussschläuchen</i>	12
2.2.3 <i>Ordnung durch Instabilität</i>	13
3. DIFFUSION – NICHT-LINEARE VERBREITUNG IN SYSTEMEN.....	15
3.1 WAS IST EIN "SYSTEM"? DISKRETE UND KONTINUIERLICHE BETRACHTUNG.....	15
3.1.1 <i>Regeln für Einzelkomponenten</i>	15
3.1.2 <i>Von Komponenten zum Kontinuum</i>	16
3.2 DIFFUSION: VERBREITUNG VON ATOMEN - WACHSEN VON STRUKTUREN	17
3.2.1 <i>Ströme, Quellen, Senken</i>	17
3.2.2 <i>Diffusion an Oberflächen</i>	17
3.2.3 <i>Diffusion, Chaos und die Morphogenese von Organismen</i>	18
3.2.4 <i>Vorteilhafte Gene</i>	19
3.3 CHAOS EVERYWHERE	21
4. AUSBREITUNG VON FLÜSSIGKEITEN UND GASEN – UND CHAOTISCHE ÜBERRASCHUNGEN	22
4.1 INSTABILE OBERFLÄCHEN	22
4.2 INSTABILITÄTEN DURCH TANGENTIALEN WIND	22
4.3 INSTABILITÄTEN DURCH GRAVITATIONS-KRAFT	23
4.4 THERMOKAPILLARE EFFEKTE	23
4.5 ABSCHIEDUNG AUS DER GASPHASE.....	24
5. ZUSAMMENFASSUNG	25
5.1 EINFACHE BESCHREIBUNG DER KOMPLEXITÄT?	25
5.2 THE POWER OF CONTEXT	26
5.3 KONTINUIERLICHE VORGABEN – SPRUNGHAFTE VERÄNDERUNGEN.....	26
5.4 DIFFUSION UND "STICKINESS" VON IDEEN	26
6. LITERATUR.....	28

1. Durchbruch von Neuem in der Geschichte der Naturwissenschaften

Die Naturwissenschaften bieten einerseits eine Fundgrube von Konzepten, die sich auch in einem nicht-naturwissenschaftlichen Kontext anwenden lassen, wie Volkswirtschaft und Soziologie. Andererseits ist die Geschichte naturwissenschaftlicher Forschung selbst voll von Beispielen für die von Chaos und Zufall geprägte Verbreitung revolutionärer Ideen.

Das gilt in einer fast ironischen Selbstbezüglichkeit auch und gerade für die Theorien, die hinter Begriffen wie "Chaos" stehen, und hinter anderen "schillernden" naturwissenschaftlichen Themen wie Quantentheorie und Relativitätstheorie.

1.1 Der Flügelschlag von Möwen oder Schmetterlingen

Das Zitat vom "Flügelschlag des Schmetterlings, der einen Orkan auslösen kann" ist der wissenschaftlich interessierten Öffentlichkeit ein Begriff, spätestens seit der Popularisierung der Chaostheorie im Film "Jurassic Park". Das geflügelte Wort vom "Schmetterling" wird Lorentz [Lorentz 1963] zugeschrieben, der mit seinen Arbeiten zu chaotischen Veränderungen im Wettergeschehen als Wegbereiter der Chaostheorie gilt. Edward Lorentz simulierte Konvektionsströme und entdeckte zufällig, wie sich Änderungen nach der dritten Kommastelle in den Anfangsparametern auswirken. Offenbar war die Idee vom "Chaos" Mitte des vorigen Jahrhunderts noch nicht in den Köpfen der Wissenschaftler verankert, da Poincare bereits 1900 am Beispiel des bekannten Drei-Körper-Problems demonstrierte, was "Chaos" bedeutet.

In den ersten Äußerungen von Lorentz war der Schmetterling allerdings noch eine Möwe: "One meteorologist remarked that if the theory were correct, one flap of a seagull's wing would be enough to alter the course of the weather forever." Die Möwe mutierte 1972 zum Schmetterling im Vortragstitel "Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil set off a Tornado in Texas? [Hilborn 1994] .

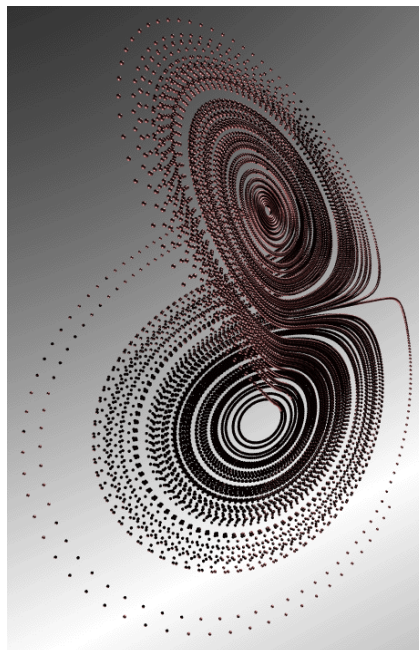


Abbildung 1 Lorentz'scher Attraktor: Darstellung des (Schmetterlings-förmigen) Gebietes im Phasenraum, in das ein System sich bewegt. Mit freundlicher Genehmigung von Paul Bourke, Swinburne Centre for Astrophysics and Supercomputing [Bourke 2005] .

Möglicherweise hatte die Schmetterlings-Analogie noch einen anderen Bezug zu Lorentz' Ergebnissen. Die Entwicklung von chaotischen Systemen ist nicht vorhersagbar, kann aber langfristig auf einen Bereich von Zuständen eingegrenzt werden, in dem sich das System befinden *kann*. Der so genannte Phasenraum enthält alle Zustände, die ein System prinzipiell einnehmen könnte, der Bereich der langfristig tatsächlich erreichten Zustände wird als "Attraktor" bezeichnet. In chaotischen Systemen tendiert das System zu den Zuständen, die in einem ausgedehnten Gebiet zusammengefasst werden können, dem "seltsamen Attraktor". "Seltsam" ist das Gebilde im Gegensatz zu den einfachen z.B. "ringförmigen" Attraktoren nicht chaotischer Systeme. Der seltsame Attraktor hat eine innere Struktur, die von selbstähnlichen Mustern bestimmt wird.

Die von Lorentz verwendeten Grundgleichungen [Lorentz 1963] ergeben einen seltsamen Attraktor, der in seiner Form an einen Schmetterling erinnert (**Abbildung 1**); der Systemzustand wechselt in nicht vorhersagbarer Weise zwischen Punkten in diesem Schmetterlings-förmigen Gebiet. Die Idee von der Sensitivität eines komplexen Systems gegenüber kleinsten Veränderungen hat sich selbst auf eine nicht vorhersagbare Weise verbreitet – transportiert über das bekannte Bild vom Schmetterling.

1.2 On the shoulders of giants

Mindestens so populär sind gerade im "Jubiläumsjahr" 2005 die Ideen Einsteins. Die ursprüngliche Verbreitung der speziellen Relativitätstheorie 1918 war ebenfalls geprägt von überraschenden Wendungen, vor allem aufgrund nicht vorhersehbarer Vermengung von Politik und Wissenschaft [Könneker 2005]. Der Zeitpunkt des ersten experimentellen Nachweises der allgemeinen Relativitätstheorie fand 1919 statt, in politisch instabilen Zeiten: Während einer Sonnenfinsternis konnte gemessen werden, wie sich die scheinbare Position eines entfernten Sterns durch den Einfluss des Gravitationsfeldes der Sonne verschiebt. Obwohl die Relativitätstheorie und ihre tief greifenden Auswirkungen auf unsere Vorstellungen von Raum und Zeit schon seit 14 Jahren bekannt waren, machte erst dieser Nachweis Einstein zu einem Weltstar der Wissenschaft.

Einstein geriet allerdings in ein Kreuzfeuer der Ideologien [Könneker 2005] und wurde einerseits zum Vorbild fortschrittlicher Denker und zur Galionsfigur Deutscher Juden, andererseits aber von Konservativen als Befürworter einer Relativierung jeglicher Weltanschauung gesehen. Kurzfristig avancierte die Physik zu einem Massenthema – in der Reduktion auf Schlagworte wie "Nichts ist absolut". Laut Könneker waren diese Reaktionen aber nur möglich im subtilen Wechselspiel mit einer Phase eines ohnehin schwelenden gesellschaftlichen Umbruchs.

Unspektakulär erscheinen dagegen Einsteins Arbeiten, wenn sie als fast logische Konsequenz einer Jahrhunderte langen Vorarbeit präsentiert werden [Hawking 2003]. Stephen Hawking hat für seine Publikation der Originalarbeiten von Kopernikus, Galilei, Kepler, Newton und Einstein den Titel "On the shoulder of giants" gewählt, in Anlehnung an ein Originalzitat von Newton "If I have seen farther, it is by standing on the shoulders of giants." Hawking kommentiert dies mit: "...it is an apt comment on how science, and indeed the whole civilization is a series of advances, each building on what went before."

1.3 Kalte Fusion

Einen ähnlichen Durchbruch *zu produzieren*, war wahrscheinlich das Ziel der Universität von Utah, als 1989 eine Pressekonferenz in Salt Lake City abgehalten wurde, um die revolutionäre Entdeckung einer (mutmaßlichen) "kalten Kernfusion" zu verkünden. Die "kalte Kernfusion" sollte während der elektrolytischen Spaltung von Wasser ablaufen und war ein hypothetisches Erklärungsmodell, um einen rätselhaften Temperaturanstieg der metallischen Palladium-Elektrode zu erklären. Abgesehen von Zweifeln an der Erklärung

wurden die Indizien – der angeblich gemessene Energieüberschuss – nachträglich aber nicht bestätigt.

Thomas Gieryn hat unter anderem an diesem Beispiel die Wechselwirkung von Wissenschaft und Medien untersucht und die damit verbundenen Prozesse der Legendenbildung und Ideenverbreitung dokumentiert [Gieryn 1999]. Informationstaktische Überlegungen erzeugten einen mehrwöchigen "Hype": Beispielsweise wurde vermutet, dass die Universität die unübliche Vorgangsweise einer Pressekonferenz gewählt hatte, um sich nach dem Durchsickern von Informationen über die Explosion einer Elektrolyse-Zelle schnell die Urheberschaft sichern zu können. Wie in jedem Wissenschaftskrimi fehlen in der Geschichte auch vermeintlich missgünstige Konkurrenten genauso wenig wie Pläne rund um die Akquisition von zukünftigen Projekten auf dem Gebiet der kalten Fusion. Journalisten, die über die beiden verantwortlichen Forscher - Fleischmann und Pons - berichteten, suchten nach Erklärungen, warum gerade diesen beiden Wissenschaftlern der "Durchbruch" gelang. Aus dem wissenschaftlichen Lebenslauf ließen sich scheinbar einleuchtende Erklärungen ableiten, um den plötzlichen Durchbruch zum Ergebnis langer Vorarbeiten zu machen.

Sechs Wochen später wurde der "Durchbruch" bei einer Sitzung der American Physical Society in Baltimore [APS Report 1989] als vorerst gescheitert betrachtet: "Physicists at Baltimore reproduced the familiar boundaries between science and the media and between science in politics, boundaries that had blurred as cold fusion was announced under bright lights in Salt Lake City." [Gieryn 1999]

1.4 Fermat's letzter Satz

Simon Singh dokumentierte den langen Weg zu einem Durchbruch bei der Lösung eines der großen Rätsel der Mathematik, der so genannten Fermat'schen Vermutung. [Singh 1998] Trügerisch einfach formuliert, behauptete Fermat im 17. Jahrhundert, dass es keine ganzen Zahlen n größer als 2 gibt, für die man passende x , y , und z finden kann, so dass gilt:

$$x^n + y^n = z^n$$

Fermat notierte diesen Satz als Randnotiz eines anderen Textes mit der Bemerkung, er hätte einen Beweis dafür gefunden, aber der Platz reiche nicht aus für detaillierte Ausführungen. Die Geschichte der Lösung dieses Rätsels ist auch die der persönlichen Obsession von Andrew Wiles - jenem Mathematiker, dessen Vision der Beweis der Fermat'schen Vermutung seit seiner Kindheit war und der mehrere Jahre seines Lebens ausschließlich dieser Aufgabe gewidmet hat.

Im Gegensatz zur scheinbaren Schlichtheit der Aufgabenstellung verlangte der Beweis das Aufgebot einer Bandbreite von mathematischen Methoden und lieferte als Nebenprodukt neue Erkenntnisse über Querverbindungen zwischen bisher eher isoliert betrachteten Gebieten der modernen Mathematik. Bei der ersten Präsentation seiner Beweisidee unterliefen Wiles noch Fehler, die er allerdings – trotz des hohen Drucks nach der Publikation – noch korrigieren konnte.

Wieder stellt sich die Frage, ob Andrew Wiles "on the shoulders of giants" stand und einige Ideen in der Mathematik auch "reif" dafür waren, angewendet zu werden, oder ob es sich ausschließlich um eine geniale Einzelleistung handelte.

Der Erfolg des Buches über Wiles Lebenswerk [Singh 1998] ist selbst wieder ein Beispiel für die nicht vorhersehbare Popularität und rasche Verbreitung von eher sperrigen wissenschaftlichen Inhalten. Singh gelingt es, diese Inhalte fesselnd in ihrem historischen und psychologischen Kontext darzustellen und damit nicht nur den naturwissenschaftlich Interessierten anzusprechen, sondern einem wahr gewordenen Mythos oder Menschheitstraum Gestalt und Farbe zu geben.

1.5 Hochtemperatursupraleitung

"Breakthrough" ist ein Begriff, der oft in Zusammenhang mit der Hochtemperatursupraleitung verwendet wird [Nowotny, Felt 1997] , [Bednorz, Müller 1987]

Supraleitung bedeutet, dass der elektrische Widerstand eines Leiters unterhalb einer bestimmten kritischen Temperatur schlagartig auf exakt Null absinkt. Diese Temperatur liegt bei klassischen Supraleitern im Bereich einiger Kelvin über dem absoluten Nullpunkt (-273°C = 0 Kelvin). Der Aufwand zur Erzeugung dieser tiefen Temperaturen würde den Nutzen möglicher Anwendungen übersteigen.

1986 gelang Bednorz und Müller der Durchbruch – durch Entdeckung von Supraleitern mit kritischen Temperaturen von bis zu 92 Kelvin: an einer Klasse von nicht-metallischen Materialien, den oxidischen Perovskiten. Damit ist für praktische Anwendungen nur noch flüssiger Stickstoff nötig (mit einem Siedepunkt von 77K) und nicht mehr flüssiges Helium (Siedepunkt 4.2K).

Bednorz und Müller wurden durch die Forschungsarbeiten einer französischen Gruppe (Michel et al.) auf die oxidischen Perovskite aufmerksam, diesen Hinweis bezeichnen sie in ihrer Rede zum Nobelpreis selbst als "Turning Point" [Bednorz, Müller 1987] .

Michel's Gruppe untersuchte die Temperaturabhängigkeit ähnlicher Substanzen, allerdings nur bei Temperaturen deutlich oberhalb der kritischen Temperatur. Damit wurde die Gelegenheit verpasst – zufällig - die Hochtemperatursupraleitung zu entdecken. Damit reiht sich diese Anekdote ein unter die vielen Geschichten um die Rolle des Zufalls bei wissenschaftlichen Entdeckungen. Der Nobelpreis ging an Bednorz und Müller.

1.6 Lev Landau und "Tipping Points"

"Tipping Point" ist seit der Veröffentlichung des gleichnamigen Wissenschafts-Bestsellers von Malcom Gladwell zu einem modischen Buzz-Word geworden [Gladwell 2000] , [Buchanan 2002] In einer weiteren Ironie der Wissenschaftsgeschichte gab es auch genau so einen "Tipping Point" im Leben eines der wichtigsten Physiker des 20. Jahrhunderts, der wiederum die weitere Erforschung von "Kritischen Punkten" erst ermöglichte.

Der spätere Nobelpreisträger Lev Landau zählte 1939 zu den Regime-kritischen russischen Wissenschaftlern. Zwei seiner Kollegen wurden in ein Arbeitslager deportiert, Landau wurde zwar ebenfalls verhaftet, aber wie durch ein Wunder kurz darauf wieder freigelassen. "Had the Soviet security apparatus decided otherwise, physics today would be very different", urteilte Buchanan [Buchanan 2002] . Landau entwickelte später eine geniale und doch verblüffend einfache Theorie, um zu beschreiben, was an kritischen Umschlagspunkten in einem System passiert, ohne die genauen Details der Systemkomponenten kennen zu müssen.

1.7 Netzwerke und Skalierungsverhalten – von der Forschung zum Best Business Book 2002

Ende 2003 ging die mittlerweile größte europäische Business-Networking-Plattform online – openBC (Open Business Club). Plattformen wie diese ermöglichen die Visualisierung eines Netzwerkes von Kontakten und stellen damit eine praktische Anwendung der Small-World-Theorien dar: Jeder Erdbewohner ist im Durchschnitt über sechs Kontaktpersonen mit jedem anderen bekannt. In den 1960er Jahren bestätigte der Soziologe Stanley Milgram (bekannt durch seine umstrittenen Experimente zur Autoritätshörigkeit) diese These praktisch, indem er – noch in der Vor-Internet-Ära –

Briefe auf eine Reise quer über den amerikanischen Kontinent schickte. Er adressierte die Briefe an Bekannte mit der Bitte, sie jeweils an eine andere persönlich bekannte Person weiterzusenden, die dem eigentlichen Zielkontakt näher stand. Nach durchschnittlich sechs Übergaben kamen die Briefe beim endgültigen Empfänger an **[Gladwell 2000]** , **[Buchanan 2002]**.

Der Schlüsselfaktor für diese überraschend kurzen Wege durch das Netzwerk sind Menschen mit erstaunlich vielen Kontakten, die Gladwell als "Connectors" bezeichnet **[Gladwell 2000]** . Diese verbindenden Persönlichkeiten stellen damit auch einen der Schlüsselfaktoren dar, die für schnelle Ideenverbreitung in sozialen Netzwerken genutzt werden müssen. Diese Konnektoren haben viele, aber damit zwangsläufig auch weniger tief gehende Beziehungen ("weak ties"). Gerade aber die schwachen Verbindungen in gänzlich andere Denkwelten bilden wertvolle Abkürzungen, wenn es darum geht, neue Gedanken breit zu streuen.

Den Netzwerk-Trend mitbestimmt haben Forscher mit interdisziplinärem Ansatz, denen zweierlei gelang: Einerseits konnten sie die Netzwerk-Theorien so ausbauen, dass die Eigenschaften der bedeutendsten realen und schnell wachsenden Netzwerke korrekt beschrieben werden **[Barabási 2003a]** . Andererseits konnten sie diese Theorien so formulieren und ihre Praxisrelevanz verdeutlichen, dass ein Buch über ein Thema aus den Naturwissenschaften zu einem "Top Business Book werden konnte.

Einige Jahre nach dem Erscheinen von "Tipping Point" gibt es beinahe so etwas wie einen Networking-Boom und eine nicht geringe Anzahl von Menschen versucht, sich als Konnektor zu etablieren: indem Kontakte quasi gesammelt werden. Es bleibt abzuwarten, wie die Netzwerke darauf reagieren. Vielleicht wieder mit einem Gegentrend im Sinn einer Netzwerkmüdigkeit und der Abschottung in kleinere, persönliche exklusive Netzwerke (wie: <http://www.asmallworld.net/>)? Eine Fußnote der Geschichte: Die in Amerika vor linkedIn und dem europäischen openBC gestartete Plattform mit dem eingängigen Namen "sixdegrees.com" war - mit ähnlicher Idee - mittelfristig nicht erfolgreich.

1.8 Gültigkeit der Analogien – universelles Netzwerkverhalten?

Eine Abbildung der Realität in mathematische Modelle wird oft als symptomatisch für den typischen Reduktionismus des Naturwissenschaftlers gesehen, als Projektion mit einem Verlust an Tiefe und Ganzheitlichkeit: "Für Wissenschaftler ist die Verführung groß, in der Falle modelltheoretischer Verkürzung zu Lasten der Erkenntnis zu verharren. Je tiefer das Problem, das ignoriert wird, desto größer die Chance für Ruhm und Erfolg. Ein Problem wird so lange verkleinert, in Stücke zerlegt, wegetrivialisiert, bis ein Partikel lösbar ist. Die hard sciences sind erfolgreich, weil sie sich mit den soft problems beschäftigen; die soft sciences haben zu kämpfen, denn sie haben es mit den hard problems zu tun" **[Schuhmann 1995]** .

Gerade im Fall der Untersuchung komplexer Phänomene besteht aber auch die Chance trotz oder gerade wegen einer vereinfachenden phänomenologischen Sichtweise wesentliche Charakteristika des "Durchbruch-Verhaltens" zu erfassen, ohne exakte Details über die beteiligten Systemkomponenten zu kennen **[Buchanan 2002]** , **[Gladwell 2000]** , **[Barabasi 1999]** , **[Barabási 2003b]** . Das Netzwerk, das von leblosen Routern im Internet gebildet wird, kann ähnlich beschrieben werden wie jenes logische und Hardware-unabhängige Netzwerk, das die Hyperlinks zwischen Websites beschreibt. Aber auch Netzwerke, die Reaktionspfade zwischen organischen Molekülen beschreiben oder Nahrungsketten von Lebewesen, fallen in die gleiche "Kategorie".

Im skalenfreien Netz, gibt es keinen häufigsten Abstand, dafür aber relativ häufig Knoten mit einer hohen Anzahl von Verbindungen. Das charakteristische skalenfreie Verhalten kann modelliert werden, in dem angenommen wird, dass das Netzwerk rasch wächst und

dass zu Knoten mit vielen Verbindungen auch bevorzugt weitere Verbindungen durch die neu dazu gekommenen Knoten aufgebaut werden ("Preferential Attachment").

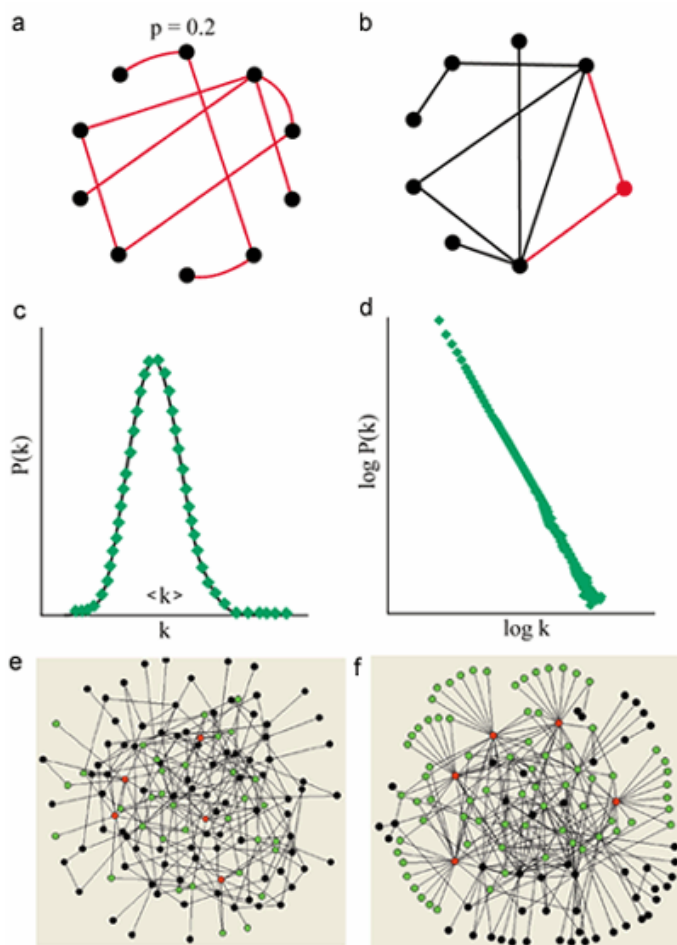


Abbildung 2 Skalensfreie Netzwerke nach [Barabasi 2001] Mit freundlicher Genehmigung von Albert-László Barabasi, University of Notre Dame
 "Random Network" (links) mit einem typischen häufigsten Abstand im Vergleich zu "Scale-free Networks" (rechts), das durch ein Potenzgesetz (Power-Law) der Verteilung der Abstände charakterisiert wird.
Oben: Ausschnitt aus dem Netzwerk: Mittlere Bindungshäufigkeit im Random Network im Gegensatz zu, "Preferential Attachment" – dem bevorzugten Anknüpfen an bestehende Knoten – im skalensfreien Netzwerk
Mitte: Auftrittshäufigkeit von Abständen zwischen Knoten: eine Häufigkeits-verteilung mit einem Mittelwert in Kontrast zu einem Potenzgesetz (das dem skalensfreien Netzwerk seinen Namen gibt)
Unten: Charakteristisches Bild der beiden Netzwerkarten: Das skalensfreie Netzwerk zeigt erkennbare Hauptknoten.

Das Konzept dieser so genannten skalensfreien Netzwerke erscheint wieder als eine prototypische geniale Idee, deren Entwicklung man wieder als das Ergebnis einer (überraschend langen?) Historie sehen kann oder als Geistesblitz Einzelner. Möglicherweise war die Zeit reif für diese Ideen, da mit dem Internet als Netzwerk aus Hardware-Komponenten und als logisches Netzwerk ein vergleichsweise einfach zu beobachtendes Forschungsobjekt zur Verfügung stand. Zusätzlich machte gerade das Internet die Ideen erstens begreifbarer und zweitens nützlicher für jeden Einzelnen.

2. Phasenübergänge – kritische Vorgänge in Systemen

2.1 Physik der Phasenübergänge

Ein Phasenübergang ist eine dramatische Änderung einer Substanz bei einer bestimmten Temperatur. So unterschiedliche Phasenübergänge es gibt, sie haben doch verblüffend einfache Gemeinsamkeiten.

Verschiedene Phasen der gleichen chemischen Substanz unterscheiden sich durch verschiedene Grade an "Ordnung", wie am Vergleich von Wasser und Eis(kristallen) auch

intuitiv deutlich wird. Man kann sich diesem Phänomen nun über verschiedene Zugänge nähern: Wenn Wasser siedet, kann jedes einzelne Molekül betrachtet werden oder das System als Ganzes – ohne Umweg über die Teilkomponenten. In einer mikroskopischen Betrachtung sieht man die Details einzelner Wassermoleküle, die sich beim Siedevorgang losreißen oder beim Einfrieren Kristalle bilden. Auch unterhalb einer gewissen Temperatur auftretender Magnetismus ist ein Ordnungsphänomen: Beim Phasenübergang einer magnetisierbaren Substanz beginnen einzelne Elementarmagnete, sich aneinander auszurichten.

Die geniale und doch einfache Idee von Lev Landau [Landau Lifshitz 5] bestand darin, die kritischen Vorgänge am Phasenübergang "phänomenologisch" zu beschreiben, durch einen einzigen Parameter, den so genannten "Ordnungsparameter". Hier handelt es sich um eine makroskopisch messbare, temperaturabhängige Größe, die bei einer bestimmten Temperatur ihren Wert von Null auf einen messbaren Wert ändert – unter Umständen "schlagartig". Als Ordnungsparameter kann z.B. die messbare Magnetisierung herangezogen werden: wichtig ist, dass sich diese Größe makroskopisch erkennen und messen lässt. (Natürlich kann die tiefere Ursache für das Auftauchen des Ordnungsparameters auch mikroskopisch begründet werden.)

Phasenübergänge können unterschiedlich ablaufen: Bei manchen Systemen lässt sich der tatsächliche Übergang hinauszögern (Siedeverzug). Ob man das System überhitzen oder unterkühlen kann, hängt vom Verhalten des Ordnungsparameters an der kritischen Temperatur ab. Wird der Ordnungsparameter als Funktion der Energie dargestellt, entsteht eine "Berg- und Tallandschaft", dessen Täler die stabilen Systemzustände repräsentieren. Die zeitliche Entwicklung des Systems kann durch eine Kugel veranschaulicht werden, die in einem Minimum ruht und bei Verformung der "Landschaft" in eine andere Mulde rollt.

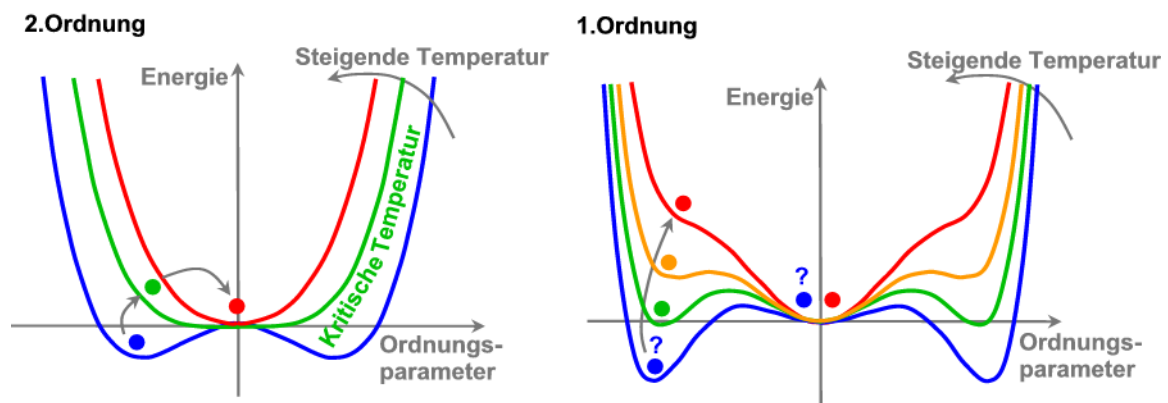


Abbildung 3 Energie des Systems (exakt: Gibbs'sche Enthalpie) als Funktion des Ordnungsparameters. Das Minimum – die Position der "Mulde" – entspricht dem momentanen Systemzustand (Rote Kugel: Position des "Systems"): in der Mitte – Null – kein Ordnungsparameter, links oder rechts: ein messbarer Ordnungsparameter. Die Lage und Anzahl der Mulden ändert sich mit der Temperatur. Bild: E. Stangl, nach [Aidam 1999]

Ein Phasenübergang erster Ordnung wird charakterisiert durch drei solcher Potentialmulden unterhalb der Sprungtemperatur: eine im Nullpunkt und je eine mit positivem bzw. negativem Ordnungsparameter. Wird langsam genug aufgeheizt, werden die äußeren Potentialtöpfe flacher, aber die gedachte Kugel bleibt in einer dieser Mulden, bis sie ganz verschwunden ist. Auch von höheren Temperaturen kommend, verhält sich das System metastabil, da die "Kugel" jetzt in der Null-Mulde verbleibt, bis diese ganz "flachgedrückt" ist. Wird nicht vorsichtig genug abgekühlt oder aufgeheizt, kann die "Kugel" auch vorher schon das Minimum wechseln.

Beim Phasenübergang zweiter Ordnung existieren hingegen unterhalb der kritischen Temperatur zwei Minima: der Ordnungsparameter hat einen messbaren Wert. Oberhalb der Sprungtemperatur gibt es einen Potentialtopf, ein Minimum: das System ist stabil in einem Zustand ohne Ordnungsparameter. Genau an der kritischen Temperatur entstehen

aus einem breiten Minimum zwei Potentialtöpfe: für welche Richtung sich das System entscheidet, ist durch zufällige Fluktuationen an der kritischen Temperatur bestimmt.

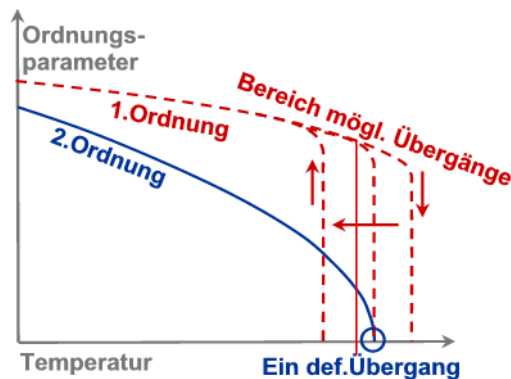


Abbildung 4 Abhängigkeit des Ordnungsparameters von der Temperatur: Kontinuierlicher Übergang exakt bei der kritischen Temperatur beim Phasenübergang 2.Ordnung im Gegensatz zum sprunghaften Umschalten auf Null in einem bestimmten Temperaturbereich beim Phasenübergang 1.Ordnung. Bild: E. Stangl, nach [Aidam 1999]

Damit kann ein System der ersten Art bei einem Phasenübergang in einem metastabilen Zustand verweilen und der beobachtbare Übergang kann verfrüht erfolgen oder verzögert werden: Wasser kann auch über 100°C noch flüssig sein, also überhitzt werden und dann schlagartig zu sieden beginnen. Andererseits kann Wasser aber durch vorsichtiges Abkühlen unter 0°C "unterkühlt" werden und dann mit einem Schlag gefrieren, z.B. wenn man dem System Wasser einen Stoß versetzt. Die Kugel in der gedachten Berg- und Tallandschaft springt dann von der mittleren in eine der äußeren Mulden.

Das Verhalten des Ordnungsparameters an der kritischen Temperatur bewirkt auch deutliche Unterschiede anderer messbarer Größen wie beispielsweise einen möglichen Knick in der Temperaturcharakteristik der spezifischen Wärme oder für den rapiden Anstieg der magnetischen Eigenschaften. Die Änderung des Ordnungsparameters erfolgt "plötzlich". Messgrößen, die sich als mathematische Ableitung des Ordnungsparameters darstellen lassen, weisen daher eine charakteristische Resonanzstelle auf. Die Abhängigkeit dieser Größen lässt sich mit dimensionslosen Größen beschreiben, ist also "skalenfrei".

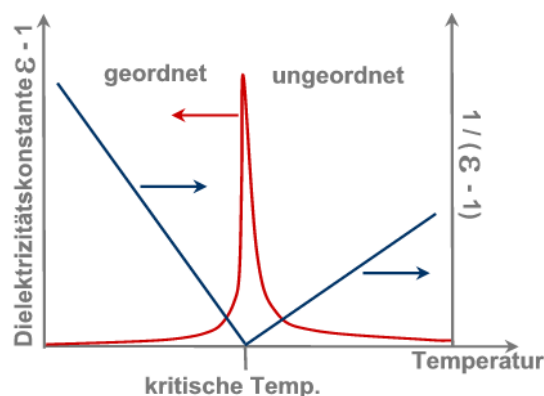


Abbildung 5 Phasenübergang 2.Ordnung. Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante ϵ von der Temperatur, die ein Maß für die Polarisierbarkeit darstellt, d.h. die Fähigkeit, atomare Dipole in einem äußeren Feld auszurichten. Bild: E. Stangl, nach [Aidam 1999]

Diese Art der Betrachtung lässt sich auf sehr unterschiedliche Systeme anwenden (möglicherweise auch soziale Systeme), wenn Analogien für folgende Konzepte gefunden werden:

- *Phasen* können zweifelsfrei durch das Auftreten von Ordnungsphänomenen, konkret durch die Messung eines charakteristischen Ordnungsparameters unterschieden werden.
- *Phasendiagramm*: eine Landkarte von Parametern wie Temperatur oder Druck, denen bestimmte Systemzustände zugeordnet werden können. Beim Wandern "in dieser Landschaft" ist es meist egal, auf welchem Weg man von einem Punkt zu einem anderen gelangt – abgesehen von den erwähnten Bereichen, in denen metastabile Zustände sind. Ein Phasendiagramm in der Physik kennt aber generell keine Geschichte.

2.2 Beispiele von Phasenübergängen

2.2.1 Bose-Einstein-Kondensation und dominante Netzwerkknoten

Quantenmechanisch werden "Teilchen" wie Atome oder Moleküle durch die so genannte Wellenfunktion beschrieben. Diese Wellenfunktion drückt aus, dass der exakte Aufenthaltsort eines "Teilchens" nicht genau bekannt ist und entspricht einer Aufenthaltswahrscheinlichkeit, die oft als "Verschmierung" eines klassischen Teilchens im Raum dargestellt wird. In einem Gas bewegen sich Atome aufgrund ihrer Temperatur unkoordiniert durch den Raum und stoßen immer wieder zusammen. Jedes Molekül in einem Gas wird durch seine eigene Wellenfunktion beschrieben.

Bei der Bose-Einstein-Kondensation [Burnett 1999] handelt es sich nun um einen Übergang von vielen einzelnen – vorher unabhängigen – Teilchen wie z.B. Helium-Atomen in einem gemeinsamen Quantenzustand. Die Teilchen verhalten sich wie ein großes Teilchen und werden durch eine gemeinsame quantenmechanische Wellenfunktion beschrieben.

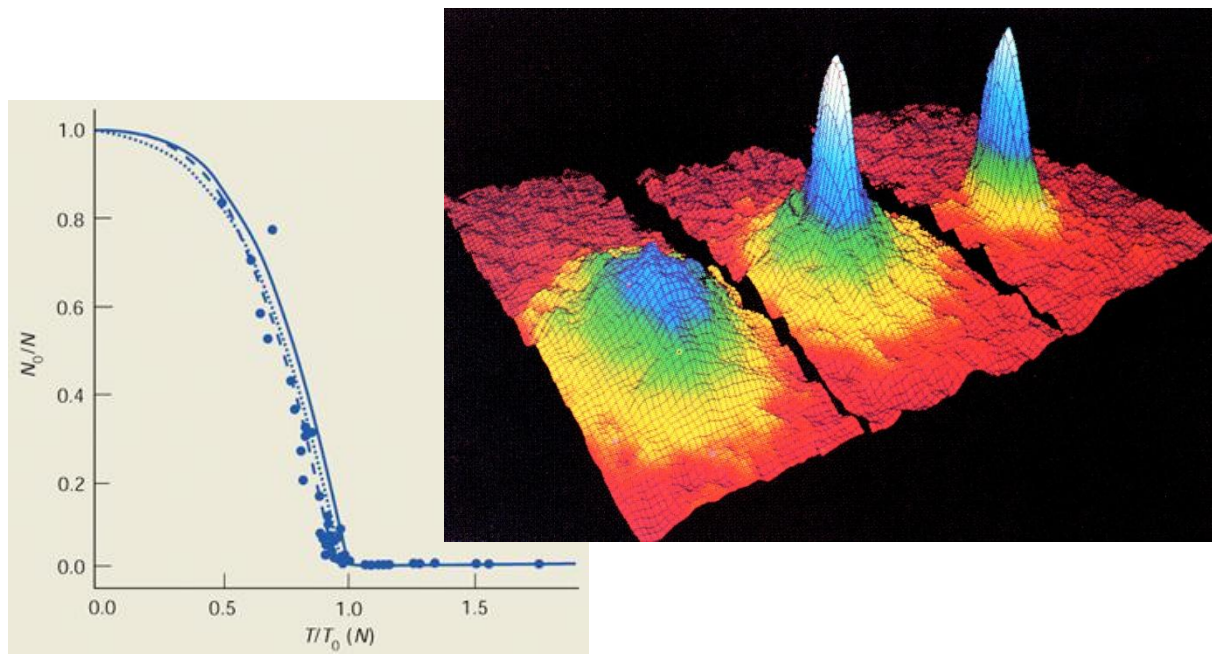


Abbildung 6 Visualisierung der Wellenfunktion im Zustand der Bose-Einstein-Kondensation (rechts [Ensher 1996]) und des Anteils des Kondensats an der gesamten Materialmenge (links [nobleprize.org 2001]). Mit freundlicher Genehmigung von Eric Cornell, Univ. of Colorado und nobleprize.org.

Diese Änderung ist tief greifender und nicht zu vergleichen mit dem Eingehen einer chemischen Bindung oder dem Aufbau eines Kristallgitters, wo jedes Atom doch zu einem bestimmten Grad seine Identität bewahrt. Bose-Einstein-Kondensation ist dagegen ein

Aufgehen von Einzelteilchen in einem großen Kollektiv. Der Anteil des Kondensats steigt unterhalb der kritischen Temperatur kontinuierlich an, d.h. es wechseln nicht alle Teilchen gleichzeitig in den neuen Zustand. Der Prozentsatz an kondensierten Teilchen stellt in diesem Fall den Ordnungsparameter dar.

Damit diese Art von Phasenübergang möglich wird, müssen die Teilchen in diesem Gas eine Voraussetzung erfüllen, was ihre Neigung zum gemeinsamen Besetzen von Zuständen betrifft – auch oberhalb der kritischen Temperatur. Teilchen dieser Art bezeichnet man als "Bosonen". In einem solchen Bose-Gas nehmen die Bosonen oberhalb der kritischen Temperatur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit bestimmte Energiezustände auf der "Leiter" aller verfügbaren Energiezustände ein ("Bose-Statistik"); ein Energiezustand kann auch von mehreren Teilchen gleichzeitig besetzt werden. Diese Verteilung wurde in der Geschichte der Physik das erste Mal von Max Planck verwendet, um die Frequenzabhängigkeit der Strahlung eines schwarzen Körpers zu erklären – noch ohne dass sich Planck darüber im Klaren war, dass er damit begonnen hatte, die Quantenphysik zu begründen.

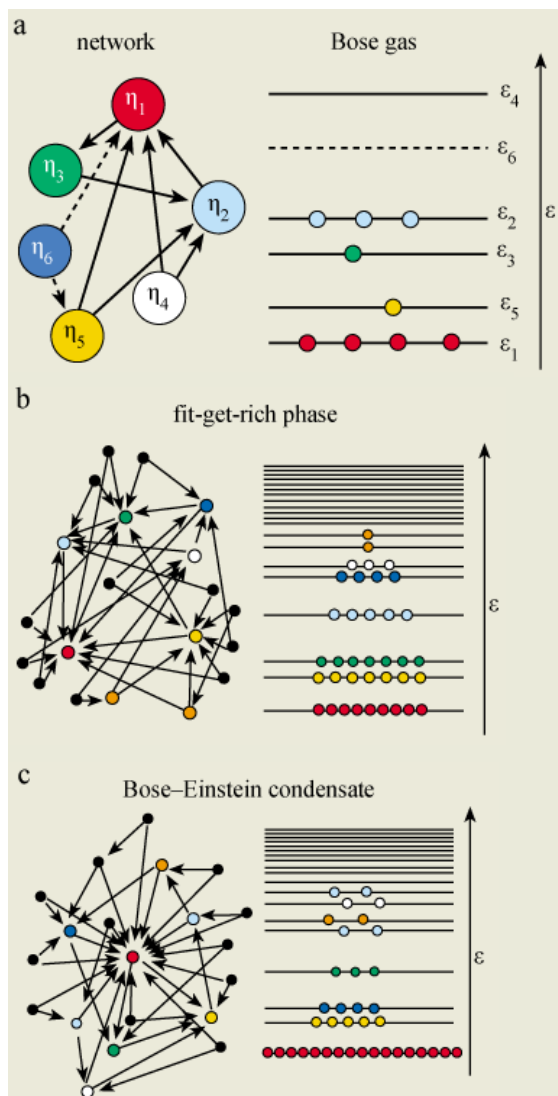


Abbildung 7 Bose-Einstein-Kondensation als mathematische Analogie für die zeitliche Entwicklung skalenfreier Netzwerke [Barabasi 2001] , [Barabási 2003b] , mit freundlicher Genehmigung von Albert-László Barabasi, University of Notre Dame

Oben – das Wesen der Analogie: Energiezustände im Bose-Gas werden mit Knoten im Netzwerk verglichen. Die Anzahl der Verbindungen eines Knotens entspricht der Besetzungszahl eines Energiezustandes.

Mitte: Das Netzwerk formiert sich bzw. die Zustände werden entsprechend der Bose-Einstein-Statistik besetzt. Untere Zustände häufiger oder: Gut vernetzte Knoten werden immer besser vernetzt.

Unten: Unterhalb einer kritischen Temperatur wechseln extrem viele Teilchen in den Grundzustand oder: ein Knoten reißt alle Verbindungen an sich.

Die Bose-Einstein-Kondensation dient als rein mathematische Analogie auch als Modell, das das "expansive" Verhalten bedeutender Knoten in skalenfreien Netzwerken erklären kann [Barabasi 2001] , [Barabási 2003b] , von Barabasi auch kurz umschrieben mit "The winner takes it all".

Höhere Energiezustände sind weniger dicht besetzt. Bose-Einstein-Kondensation in dieser Analogie bedeutet nun, dass unterhalb einer kritischen Temperatur der Grundzustand übermäßig stark besiedelt wird – die Teilchen in diesem Grundzustand bilden dann die erwähnte gemeinsame Wellenfunktion. Barabasi verwendet folgende Analogien, um das Verhalten der Gewinner-Knoten zu modellieren:

- Energiezustände entsprechen Verbindungen im Netzwerk,
- die Besetzungszahl eines Energiezustandes entspricht der Zahl der Verbindungen.

2.2.2 Supraleitung und Netzwerke von Flussschläuchen

Ein äquivalentes Phänomen zur Bose-Einstein-Kondensation ist die *Supraleitung* [Buckel 2004]. Auch hier befinden sich Teilchen unterhalb einer bestimmten Temperatur in einem gemeinsamen Quantenzustand. Bei den Teilchen handelt es sich in diesem Fall um die aus Elektronen gebildeten so genannten "Cooper-Paare". Elektrischer Strom beginnt plötzlich verlustfrei zu fließen, wenn die Elektronen nicht mehr einzeln und zufällig mit den Atomrümpfen des Kristallgitters zusammen stoßen, sondern sozusagen koordiniert auftreten. Der scheinbare Umweg über die Paarbildung ist nötig, da Elektronen alleine noch keine Bosonen sind.

Neben dem Verlust des elektrischen Widerstandes ist dieser Phasenübergang auch an der Verdrängung eines außen angelegten magnetischen Feldes zu erkennen, was sich sehr spektakulär demonstrieren lässt. Dieser Effekt bildet auch die Grundlage für mögliche Anwendungen wie Magnetschwebbahnen.



Abbildung 8 Modellversuch – schwebende Spielzeugeisenbahn – zur Demonstration der Verdrängung des magnetischen Feldes aus einem (Hochtemperatur-)Supraleiter. Mit freundlicher Genehmigung von Ludwig Schultz, IWF Dresden [Krome 2002].

Der Phasenübergang von normalleitend zu supraleitend wird nicht nur von der Temperatur bestimmt, sondern auch von der Stärke eines angelegten Magnetfeldes. Das Phasendiagramm, in dem das System Supraleiter "lebt", wird damit von den Koordinaten Temperatur und Magnetfeld bestimmt; der Phasenübergang findet an Grenzlinien auf dieser "Landkarte" statt. Für andere Systeme sind auch Phasendiagramme mit mehr Dimensionen möglich.

Alle technisch relevanten Supraleiter erlauben in einem relativ großen Bereich dieses Phasendiagramms, dass ein angelegtes Magnetfeld teilweise in das Innere des Supraleiters eindringt. Das Eindringen des Feldes kann z.B. mit Metallspänen sichtbar gemacht werden und liefert ein interessantes Bild: Das Feld füllt nicht etwa einen Anteil X einer Probe voll aus, sondern dringt in Form so genannter "Flussschläuche" ein, die sich spontan in einem hexagonalen Gitter anordnen. Diese Flussschläuche stellen normalleitende Bereiche dar, außerhalb dieser Bereiche ist das Material supraleitend.

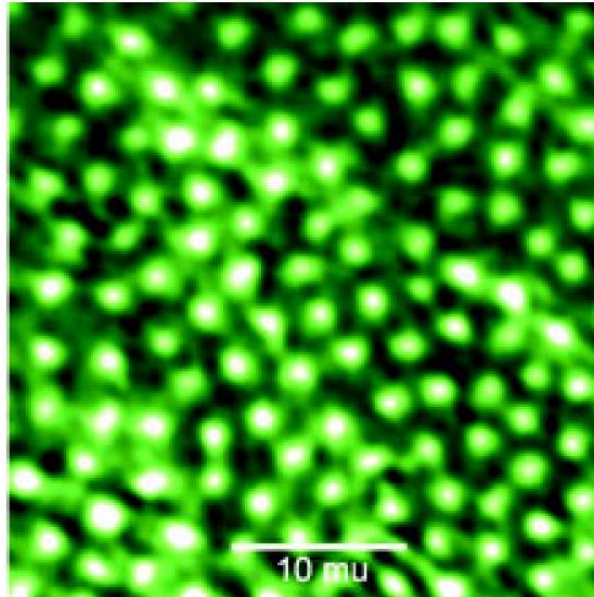


Abbildung 9 Flussschläuche in einem so genannten Typ-II-Supraleiter, der das partielle Eindringen eines Magnetfeldes erlaubt; aus der Publikation zum Nobelpreis 2003, der u.a. an Ginzburg und Abrikosov ging, zwei Pioniere der Supraleitungsforschung. Mit freundlicher Genehmigung von nobleprize.org [**nobleprize.org 2003**]

Die Existenz von Flussschläuchen mit genau diesem Durchmesser und in genau dieser Anordnung lässt sich durch relativ simple Energieüberlegungen plausibel machen, und genau diese Art von Energievergleichen liegt letztendlich Landau's Theorie der Phasenübergänge zugrunde: Zwei charakteristische Größen bestimmen das Verhalten von Supraleitern in einem Magnetfeld: Die Eindringtiefe des Feldes in das Material und die Kohärenzlänge, die so etwas wie die Größe eines Cooper-Paares bzw. die Entfernung der beiden Elektronen, die dieses Paar bilden. Je nach Verhältnis dieser beiden Größen kann es energetisch vorteilhafter oder ungünstiger sein, eine Grenzfläche innerhalb des Materials zu bilden. Und wenn es vorteilhaft ist, Grenzfläche entstehen zu lassen, gibt es genau eine bestimmte Anordnung der normalleitenden Flussschläuche, in denen die Gesamtenergie ein Minimum annimmt.

Ganz ähnliche Überlegungen im Sinn einer Energiebilanz bestimmen z.B. auch, ob es für die Flüssigkeitsmoleküle in einem übersättigten Dampf energetisch vorteilhafter ist, einzelne Tröpfchen zu bilden, und wenn: mit welchem Durchmesser, oder noch gar nicht zu kondensieren. Hier konkurriert der Energiegewinn durch Kondensation mit dem Energieaufwand, eine Oberfläche aufzubauen, deren Energie von der Oberflächenspannung bestimmt wird.

Supraleitung ist eine gutes Beispiel für die Gegenüberstellung von mikroskopischer und phänomenologischer Sicht: Nur der mathematische Apparat der Quantenmechanik kann – in bedingt anschaulicher Weise – erklären, warum sich Elektronen zu Paaren zusammenschließen, unter Ausnutzung einer nicht offensichtlichen Wechselwirkung. Für die früher erwähnten Hochtemperatur-Supraleiter steht ein genaues mikroskopisches Modell noch aus. Trotzdem kann die Supraleitung phänomenologisch beschrieben werden, in dem man charakteristische Parameter durch Messung ermittelt. Wie in anderen hier diskutierten Modellen, ist es auch hier die dimensionslose Größe des Verhältnisses von Feld-Eindringtiefe und Paar-Kohärenzlänge, die das Verhalten des supraleitenden Materials am "kritischen Punkt" bestimmt.

2.2.3 Ordnung durch Instabilität

Spontane Ordnungsphänomene treten nicht nur in supraleitenden Materialien bei tiefen Temperaturen auf, sondern können auch beim bekanntesten aller Phasenübergänge

beobachtet werden, dem Sieden von Wasser: Beim sorgfältig durchgeführten Durchlaufen des Siedevorganges kann eine Struktur hexagonaler Zellen entstehen [Buchanan 2002]. Das Auftreten geordneter Strukturen, die sich selbst zu organisieren scheinen, ist ein universelles Phänomen und typisch für "kritische Punkte" [Swinney 2000]

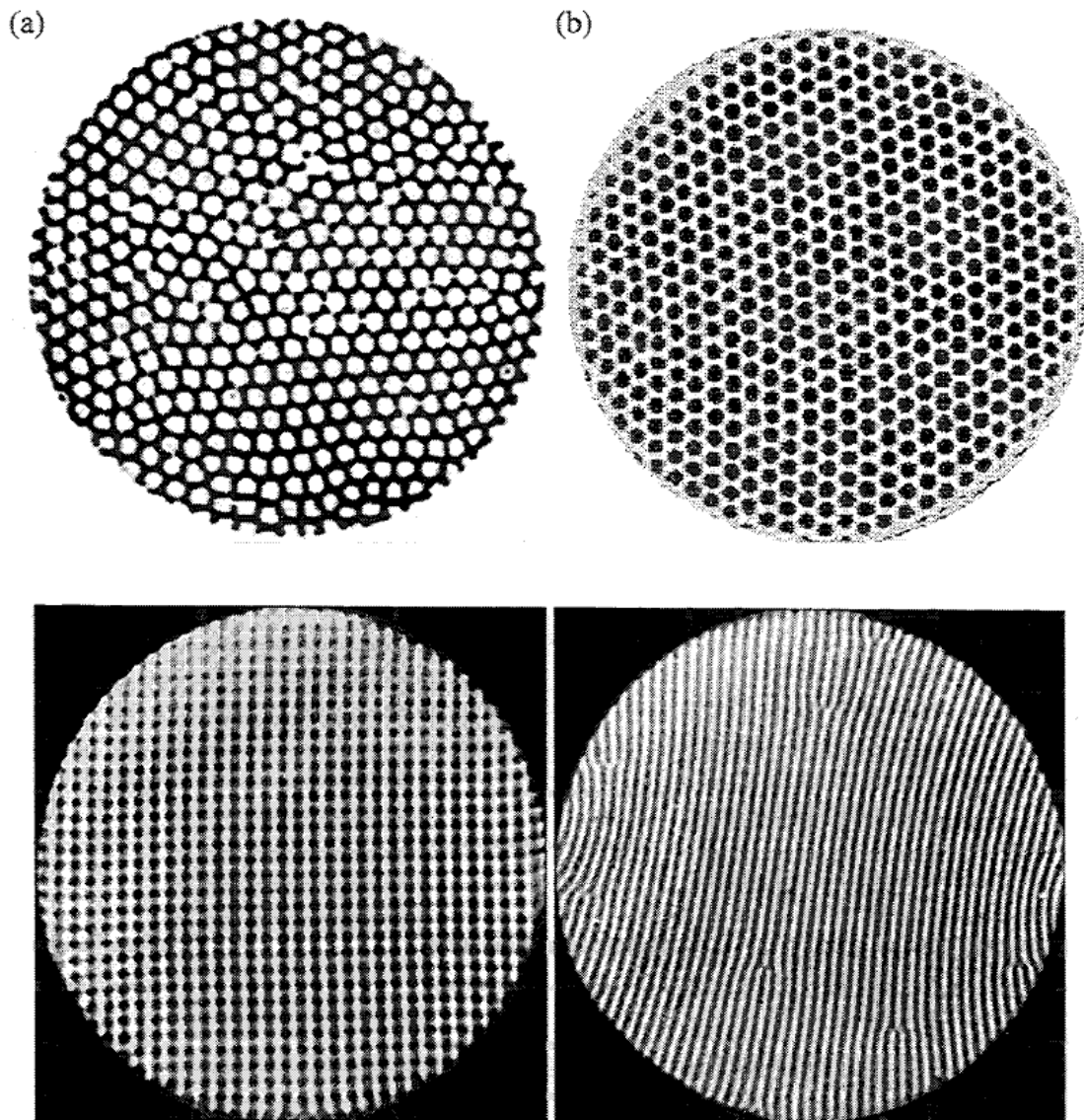


Abbildung 10 Ordnungsstrukturen in Flüssigkeitsschichten und am Übergang zwischen Gas- und Flüssigphase. Oben: Hexagonale Strukturen in gleichmäßig erhitzten Flüssigkeitsschichten, unten: Stehende Wellen, wenn die Anregungsfrequenz gerade eine Resonanzfrequenz trifft [Swinney 2000]. Mit freundlicher Genehmigung von Harry L. Swinney, Center for Non-Linear Dynamics

Diese Muster entstehen trotz einer ursprünglich homogenen Verteilung von Material und konstanten Umgebungsbedingungen – oder besser: fast exakt konstanten Bedingungen, abgesehen von minimalen Fluktuationen. Um die spontanen Ordnungsphänomene erklären zu können, sind immer *Instabilitäten* zu berücksichtigen. Die "Potentiallandschaften" weiter oben zeigen, dass das System am kritischen Punkt immer mehrere Möglichkeiten hat, "sich zu entscheiden". Bei einer Abkühlung unter die kritische Temperatur werden aus einem "Topf" plötzlich zwei und die gedachte Kugel fällt mit 50% Wahrscheinlichkeit in die eine oder die andere Mulde. In welche genau, hängt von winzigen Störeinflüssen am kritischen Punkt ab.

Diese Ordnungsphänomene könnten als Beispiel für Selbstorganisation dienen und erinnern entfernt an die wachsenden Netzwerke mit ihrer inneren Struktur: Skalenfreie Netzwerke werden charakterisiert durch eine Nahordnung (Clusterbildung) und das

Auftreten von wenigen – aber im Vergleich zu zufälligen Netzwerken doch relativ häufigen – Knoten mit vielen Verbindungen [**Barabasi 1999**]. Für beide Arten von Strukturen ist eine phänomenologische Beschreibung ohne Kenntnisse der mikroskopischen Vorgänge möglich: Semantische Netze, die die Verwandtschaft von Begriffen beschreiben, folgen demselben Gesetz wie das logische Netz des WWW. In analoger Form bestimmen Fluktuationen an kritischen Punkten die Ordnungsphänomene in völlig unterschiedlichen Systemen wie: Konvektionszellen in siedendem Wasser, Flussschläuche in Supraleitern, aber auch Muster in granularen Materialien wie "Sand" aus kleinen Bronze-Kugeln [**Swinney 2000**]. Zusätzlich ist beiden Konzepten die "Skalenfreiheit" wichtiger Zusammenhänge gemeinsam.

Andererseits haben die am Phasenübergang auftauchenden Strukturen keine "Geschichte", abgesehen vom Hinauszögern des Phasenüberganges in einem Fenster rund um den Übergang. Die Skalenfreiheit der Netzwerke mit "Power-Law"-Verhalten lässt sich aber nur erklären, wenn man auch die nicht umkehrbare Richtung eines "unabänderlichen Zeit-Pfeils" und das rapide Wachstum der Anzahl der Knoten berücksichtigt.

3. Diffusion – nicht-lineare Verbreitung in Systemen

3.1 Was ist ein "System"? Diskrete und kontinuierliche Betrachtung

Der Begriff "System" wird in verschiedenen Disziplinen unterschiedlich verwendet. Um naturwissenschaftliche Konzepte nutzen zu können, müssen sinnvolle Analogien zwischen realen Systemen und den abstrakten mathematischen Modellen hergestellt werden.

3.1.1 Regeln für Einzelkomponenten

Vom naturwissenschaftlichen Standpunkt aus wird ein System beschrieben als eine Gesamtheit von Einzelkomponenten, im einfachsten Fall von ausdehnungslosen Punkten. Im Grenzfall kann ein Kontinuum, wie z.B. eine strömende Flüssigkeit, gedanklich zusammengesetzt werden aus unendlich vielen, unendlich kleinen Punkten oder "Volumselementen".

Jeder der Einzelbestandteile hat gewisse Eigenschaften, im einfachsten Fall können das sein: der genaue Aufenthaltsort, die momentane Fortbewegungsgeschwindigkeit, eine eventuelle elektrische Ladung, etc. Andererseits kann man auch dem Gesamtsystem Eigenschaften zuweisen:

- Entweder "holistisch" bzw. phänomenologisch durch eine Betrachtung des Gesamtsystems von Beginn an
- oder "reduktionistisch" durch eine Betrachtung der Teilkomponenten und "Summation" der Eigenschaften.

Reale Systeme und "Netzwerke" wie das Internet oder Gruppen von Lebewesen werden eher mit Systemen aus diskreten Einzelkomponenten assoziiert. Die Wechselwirkungen zwischen den Komponenten werden durch Regeln beschrieben, im Sinne von: 1 wirkt auf 2, 2 wirkt auf 3, 3 wirkt eventuell wieder auf 1, ... Eine Regel beschreibt daher, wie eine Komponente auf eine andere wirkt und wie sich das System dadurch verändert, z.B. wie bei einer Epidemie die Ansteckung erfolgt.

In jedem Programmier-Kurs gilt es ganz am Anfang die Aufgabe zu lösen, das "Game of Life" [**Wikipedia Game of Life**] als Applikation umzusetzen: "Lebewesen" werden durch Punkte in einer Ebene dargestellt und können gesteuert über sehr einfache Regeln mit den benachbarten Organismen wechselwirken. "Organismen" dieser Art werden auch als

"zelluläre Automaten" bezeichnet. Je nach Anzahl der Nachbarn entstehen neue Organismen, oder eine Überzahl an Nachbarn "tötet" die virtuellen Lebewesen. Nach dem Umsetzen des einfachen Algorithmus ist es faszinierend zu beobachten, wie diese einfachen Regeln je nach Ausgangsbedingungen (d.h. Zahl und Ort der am Anfang auf das Spielbrett gesetzten Organismen) nach einigen Zyklen zu teilweise sehr ansprechenden und vollkommen regelmäßigen Mustern führen, die die ganze Ebene ausfüllen.

3.1.2 Von Komponenten zum Kontinuum

Im Grenzfall sehr vieler, sehr kleiner Einzelkomponenten werden aus den unendlich vielen Regeln für unendlich viele Punkte (scheinbar) einfach aussehende Differentialgleichungen:

Der Zustand des Systems ist ein vieldimensionaler Vektor oder kann im Grenzfall auch eine Funktion sein, die als Basis alle Punkte des Raumes enthält. Das Verhalten eines verteilten Systems im Ablauf der Zeit wird beschrieben durch die Abhängigkeit der zeitlichen Änderung seines momentanen Zustandes von einwirkenden Kräften, von Materialkonstanten, und vor allem vom "räumlichen Gefälle" der Systemkomponenten. Komplexität wird bis zu einem gewissen Sinne hier auch maskiert durch die Wahl des geeigneten Formalismus.

In [Pesin 2004] werden einige Modelle aus unterschiedlichen Bereichen der Physik präsentiert. Diese Modelle beinhalten alle eine Diffusionskomponente. Diffusion bedeutet, dass sich Substanzen im Raum ausbreiten, Gase mischen oder auch Gene in einer Population von Lebewesen weitergegeben werden: in jedem Fall gibt es örtliche Schwankungen ("Gefälle", zweite Ableitung), die dazu führen, dass sich Material, Gene oder vielleicht auch Ideen durch einen "Raum" ausbreiten.

Hilfreich in der Visualisierung der zeitlichen Entwicklung eines Systems "in Zeit und Raum" ist das Konzept des "Zustandes im Phasenraum". Unter Phasenraum versteht man alle Kombinationen von Ort und Geschwindigkeit, die die Systemkomponenten annehmen können. Wenn ein System mehrere Teilchen umfasst, hat auch der Phasenraum entsprechend viele Dimensionen. Was zunächst als Komplizierung erscheint, hat praktischen Nutzen: In so gut wie allen Systemen von anwendungstechnischer Relevanz legen Ort und Geschwindigkeit (zusammen mit der Kenntnis von Anfangsbedingungen und Umwelteinflüssen) die spätere Entwicklung des Systems fest. Die Beschreibung der Reise durch den Phasenraum ist eine aussagekräftige und vollständige Beschreibung – und außerdem eine, die es ermöglicht, verschiedene Systeme nach typischen Mustern der Bewegung im Phasenraum zu unterscheiden.

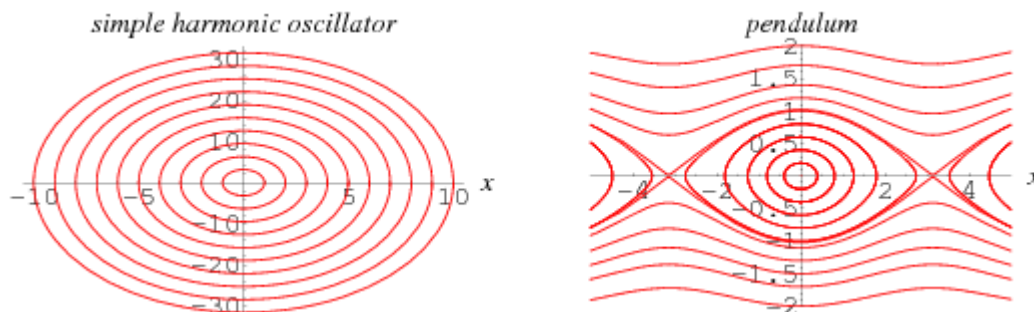


Abbildung 11 Beispiele für ein Phasenportät, d.h. den Weg eines harmonischen Oszillators und eines schwingenden Pendels durch "Raum und Zeit, indem auf der x-Achse der Ort und auf der y-Achse die Geschwindigkeit bzw. der Impuls aufgetragen wird. Punkte, die nacheinander vom betrachteten System durchlaufen werden, werden durch eine rote Linie miteinander verbunden. Je nach Gesamtenergie des Systems, entstehen Kurven mit unterschiedlichem "Durchmesser" [Weisstein, MathWorld] .

3.2 Diffusion: Verbreitung von Atomen - Wachsen von Strukturen

Diffusion ist ein Begriff, der - auch im mathematisch strengen Sinne - auf weitere Phänomene angewendet werden kann, wie: die Diffusion von Genen in der Vererbung und die Ausbreitung von Spannungsimpulsen in Nervenzellen. Pesin und Yurchenko geben in [Pesin 2004] einen Überblick über unterschiedliche - chaotische - Lösungen von praktisch relevanten Diffusionsgleichungen.

Die Grundannahmen sind hier oft nicht komplizierter, als die für das rudimentäre "Game of Life" angenommenen. Es ist anzunehmen, dass auch die Verbreitung und der Durchbruch neuer Ideen in sozialen Gefügen durch ähnliche Ansätze modelliert werden könnten.

3.2.1 Ströme, Quellen, Senken

Diffusion bedeutet - mathematisch betrachtet - die räumliche und zeitliche Änderung einer lokalen Größe (wie Ladungs- oder Massendichte) in Abhängigkeit von einem vorhandenen "Gefälle" und von Quellen und Senken.

Eine typische Diffusionsgleichung für eine Größe u , die von räumlichen und zeitlichen Koordinaten abhängt, kann so dargestellt werden:

$$\frac{\partial u(\vec{x}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \vec{x}} \left(D \frac{\partial}{\partial \vec{x}} u \right) + f(u)$$

$f(u)$ beschreibt die Quellen und Senken und D entspricht einem oder mehreren Parametern, die die Abhängigkeit des Diffusionsstromes von der örtlichen Änderung beschreiben ("Diffusionskonstante"). D kann auch eine Matrix sein und damit die räumliche Anisotropie ausdrücken und wird vom Ort selbst abhängen.

Landau wird der Satz zugeschrieben, dass man eine Differentialgleichung nur verstanden hat, wenn man die Lösung "sieht", ohne die Gleichung tatsächlich zu lösen. Ohne diesen Anspruch kann man sich der Gleichung auch nähern, indem man wieder den Weg über "Regeln für Einzelkomponenten" beschreitet: Differentialgleichungen können veranschaulicht und schrittweise nachvollzogen werden, indem wieder eine Regel formuliert wird, die beschreibt, wie ein Zustand aus dem vorherigen entsteht. Über diese Art der Beschreibung lassen sich auch die Feedbackschleifen gut erläutern, die zu "chaotischem" Verhalten, Selbstorganisation und Musterbildung führen.

3.2.2 Diffusion an Oberflächen

Der Netzwerkforscher Barabasi beschäftigte sich u.a. auch mit der Diffusion an Oberflächen [Barabási 1995] und dem Wachstum von Schichten durch Abscheidung aus der Gasphase. Strukturen an Oberflächen werden durch sich selbst verstärkende Wachstumsprozesse geprägt: Unregelmäßigkeiten auf Oberflächen sind auf atomarer Ebene immer kleine Stufen. Atome, die aus der Gasphase auf dieser Oberfläche landen, werden in ihrem Diffusionsverhalten von unterschiedlichen Faktoren beeinflusst:

Atome diffundieren nach ihrer Landung im Durchschnitt eine bestimmte Strecke weit die so genannte Diffusionslänge, bis ihr Energievorrat aufgebraucht ist. Landet das Atom nun auf den atomaren Stufen, hängt es davon ab, wie groß die Stufenbreite im Vergleich zu dieser Diffusionslänge ist: Schaffen es die Atome nicht bis zum Ende einer Stufe, bilden sich auf den (breiten) Stufen weitere Inseln.



Abbildung 12 Unregelmäßigkeiten auf Oberflächen und die Diffusion zusätzlicher, aus der Gasphase ankommender Atome auf dieser Oberfläche. Bild: Elke Stangl

Im Sinne einer Instabilität können sich auch Unebenheiten stark verstärken, da Atome am Ende der Stufe "lieber" nach oben als nach unten diffundieren. Das Resultat ist ein Netto-Strom der Atome nach oben, die "Türme" und "Schluchten" verstärken.

Bei anisotropen Kristallgittern gibt es zudem Orientierungen mit energetisch unterschiedlich (un-)günstigen Oberflächen. Je nachdem, wie das Substrat "geschnitten" wurde, bilden andere Arten von Oberflächen den eigentlichen (waagrechten) Abschluss. Bildet die aus Energie-Sicht günstigere Oberfläche die senkrechte Stirnseite der Stufen, werden Unebenheiten verstärkt, um diese Oberflächen zu vergrößern.

In allen Fällen wird die Diffusion von Atomen entlang von Oberflächen oder an senkrechten Stufen maßgeblich von der Temperatur der Oberfläche beeinflusst und von der Geschwindigkeit der Teilchen beim Auftreffen. Beides stellt letztendlich Aktivierungsenergie(n) zum Überwinden auf der Oberfläche zur Verfügung. Weiters können schnelle Teilchen, die die Oberfläche bombardieren, durch ihre Energie die Diffusion anderer Teilchen indirekt beeinflussen – indem wieder die Oberfläche verändert wird [Makeev 1997] .

Allzu hohe kinetische Energien beim Auftreffen können natürlich auch zu einer "Reflexion" des Teilchens führen oder zum Herausschlagen eines anderen Teilchens. Übertragen auf die Weitergabe von Ideen oder Informationen können diese Einflussfaktoren unter "Stickiness" zusammengefasst werden (der Begriff "Stickiness Coefficient" ist auch in der Oberflächenphysik üblich).

3.2.3 Diffusion, Chaos und die Morphogenese von Organismen

Die Diffusionsbewegung aller Systemkomponenten in Raum und Zeit scheint durch die Differentialgleichung deterministisch vorgegeben zu sein. Bei der Lösung der Gleichungen ergibt sich aber je nach Anfangsparametern u.U. auch ein als chaotisch bezeichnetes Verhalten. Dieses Auftauchen der "Unvorhersehbarkeit" wurde von Lorentz das erste Mal beschrieben [Lorentz 1963] .

Auch scheinbar einfache mechanische Systeme wie das Doppelpendel können dieses Verhalten zeigen – der Schlüssel liegt in der Nichtlinearität der Gleichungen und der Kopplung mehrerer Gleichungen. Nichtlinearität repräsentiert positive Feedbackschleifen, die zu Selbstverstärkung führen.

Alan Turing entwickelte 1952 eine einfache Theorie des Wachstums von Organismen, die z.B. auf die Morphogenese von Embryonen angewendet werden kann [Turing 1952] . Sein Modell beruht auf simplen Annahmen über die Diffusion von Stoffen, die das Wachstum des Embryos entweder verstärken oder hemmen. Sein Modell enthielt keine biologischen Detailannahmen. In [Schmickl 2005] wird eine Zusammenfassung der Turing-Gleichung gegeben und die Musterbildung interaktiv demonstriert:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{k_1 A^2}{H} - k_2 A + k_1 k_3 + D_A \frac{\partial^2}{\partial x^2} A \qquad \frac{\partial H}{\partial t} = k_4 A^2 - k_5 H + k_6 + D_H \frac{\partial^2}{\partial x^2} H$$

A...Aktivator, H...Inhibitor, D_x ... Diffusionskonstanten

k_x ... Produktions- oder Vernichtungsraten

$$k_1 \approx k_2 \approx k_5 \quad k_6 \approx k_1 k_3 \quad D_A < D_H \quad k_4 \ll k_1$$

Das Wachstum wird durch einen Aktivator A und einen Inhibitor H beeinflusst. Beide diffundieren unterschiedlich gut: Die Diffusionskonstante des Aktivators D_A ist kleiner; d.h. die typische Diffusionslänge von A (die aus dem Kehrwert der Diffusionskonstante berechnet wird) ist größer als für H. Damit diffundiert der Aktivator im Durchschnitt weiter als der Inhibitor.

Beide beeinflussen ihre eigene Erzeugung und Vernichtung und werden konstant wieder abgebaut (k_2 und k_5). A ist selbst verstärkend und wird durch H behindert (Ausdruck, der k_1 enthält).

Auch wenn zu Beginn nur minimale Fluktuationen in den Konzentrationen der beteiligten Stoffe vorhanden sind, führt die Kopplung der beiden Gleichungen in Verbindung mit den nicht-linearen Termen zu einem selbst verstärkenden Wachstum.

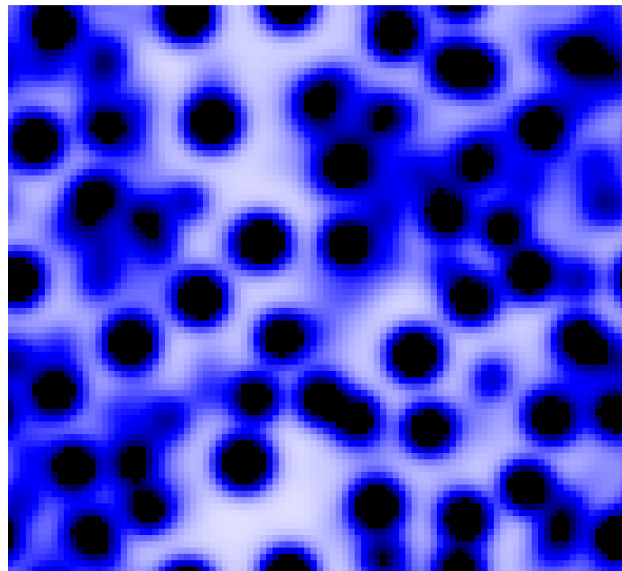


Abbildung 13 Räumliche Verteilung des Aktivators im Gleichgewicht, Simulation des Turing-Modells nach [Schmickl 2005] ausgehend von einer gleichmäßigen Verteilung. Mit freundlicher Genehmigung von Thomas Schmickl, Univ. Graz.

3.2.4 Vorteilhafte Gene

1937 entwickelten Kolmogorov und Kollegen das klassische KPP-Modell [Kolmogorov 1937], das die Durchsetzung vorteilhafter Gene beschrieb. Wieder wird die Weitergabe, in diesem Fall von genetischer Information von einer Generation an die nächste durch *Diffusion* modelliert.

Die KPP-Gleichung beschreibt Diffusion in einem eindimensionalen System: Die für das System charakteristische Größe, eine Art "Dichte" oder Konzentration - $u(x,t)$ - verändert sich örtlich und zeitlich:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(u)$$

Die Quellen oder Senken – $f(u)$ – hängen in nichtlinearer Form von u ab, im Original-KPP-Modell z.B. in der Form:

$$f(u) = \beta u + \varepsilon u^2 - u^3$$

(β und ε sind Konstanten)

Die genaue Form des nicht-linearen Ausdruckes hängt von den Annahmen über das System ab; es gibt viele "Spielarten" dieser Diffusionsgleichung. [Pesin 2004]

Ein einfacher Fall ist der einer Population, die in einem linienförmigen Gebiet lebt, z.B. eine Population von Fischen, die entlang einer Küstenlinie lebt (Fisher linear model of advance of advantageous genes, [Pesin 2004]). Die "Reviere" der Nachkommen werden als klein im Vergleich zur Gesamtgröße des ganzen Lebensraumes angenommen und sollen sich in der Nähe der angestammten Plätze ihrer Eltern befinden. Irgendwo in dieser linienförmigen Welt tritt nun eine "advantageous" Mutation auf, die den Nachkommen einen Wettbewerbsvorteil verschafft. Die mutierten Gene diffundieren nun entlang der Linie, indem sie an Nachkommen weitergegeben werden, die eher überleben und indem die Lebewesen selbst weiterwandern.

Trägt ein Anteil u an der Population das mutierte Gen, ist ein Anteil $1-u$ nicht betroffen. Wird die "Stärke des Wettbewerbsvorteils" mit einer Konstanten a beschrieben, ergibt sich daraus ein Quellterm:

$$f(u) = \alpha u(1-u)$$

Dieser Ausdruck beschreibt somit die Weitergabe des mutierten Gens durch Vererbung, der Diffusionsterm steht für das Durchdringen der Population mit den mutierten Lebewesen durch ihre zufällige Fortbewegung.

Da auch dieser Quellterm nicht-linear (quadratisch) ist, kann sich das System chaotisch verhalten. Wie man aus der Gleichung sofort sieht, gibt es zwei einfache Lösungen: Entweder kein einziges Lebewesen trägt das Gen in sich ($u=0$) oder alle ($u=1$). Ist die Konzentration für alle Zeiten und Orte konstant, sind alle Ableitungen Null und für diese beiden Fälle auch der Quellterm.

Interessant sind nun die Lösungen, die ein Umschalten von einer Lösung auf die andere beschreiben, also den Siegeszug oder Durchbruch des mutierten Gens. Zur Untersuchung der Instabilität wird zur Lösung der Gleichung eine kleine zusätzliche Störung addiert und ihre Auswirkung untersucht.

Betrachtet man nun das Verhalten bei kleinen Erzeugungsraten f – wenn man f sozusagen erst einschaltet – und untersucht man hier näherungsweise kleine Änderungen, erhält man als Lösungen eine Art Umschaltfunktion ("Switching waves"): Die gesuchte Konzentration ändert sich an einem bestimmten Ort und klappt hier um von Null auf Eins. Mit der Zeit verschiebt sich dieses Bild mit einer bestimmten Geschwindigkeit, kann also als kurzer Impuls aufgefasst werden, der sich im Raum weiterbewegt.



Abbildung 14 Darstellung der Lösung der klassischen KPP-Gleichung. Bild nach [Hek 2000]

Die Größe der Ausbreitungsgeschwindigkeit dieses "Pulses" ist abhängig von der Diffusionskonstante D . Die Stabilität der Lösung – also ob das System nun eher bei Eins oder bei Null landet – hängt nun wiederum sehr empfindlich von den vorgegebenen Parametern ab, was sich im Phasenporträt veranschaulicht.

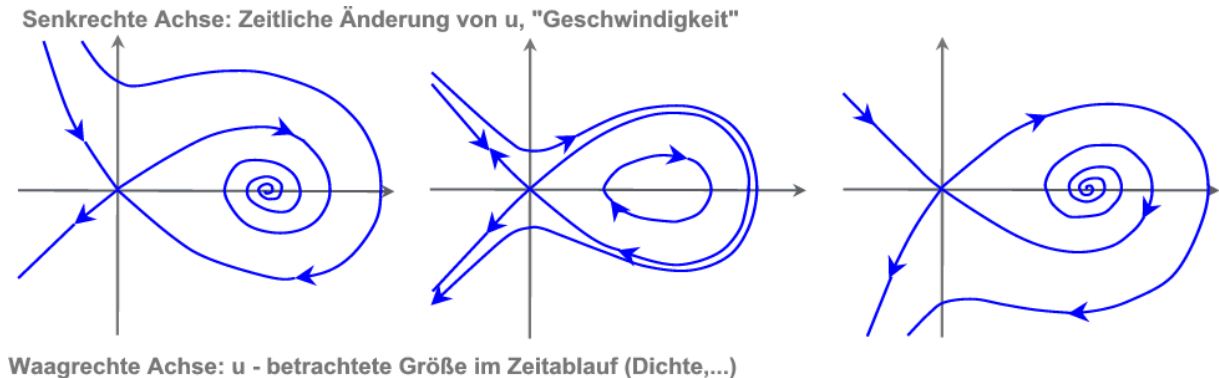


Abbildung 15 Phasenporträt: Hier wird die Veränderung der Konzentration u durch einen Weg in der Phasenebene dargestellt, auf der waagrechten Achse wird die zeitliche Änderung von u aufgetragen. Die stabilen Lösungen "im Gleichgewicht" entsprechen den charakteristischen Punkten auf der x -Achse. Der Nullpunkt des Koordinatensystems ist in allen Fällen ein Sattelpunkt, die positive Lösung ein stabiler oder instabiler Fokuspunkt. Das Phasenporträt ändert sich in charakteristischer Weise, wenn Systemparameter verändert werden, das mittlere Bild zeigt die "Bifurcation", wenn die Stabilität wechselt. Bild nach **[Hek 2000]**

Je nach genauen Vorgaben (Parametern) nähert sich das System entweder spiralförmig einem stabilen Fokuspunkt, oder entfernt sich auf einer Spiralbahn von einem instabilen Fokuspunkt.

3.3 Chaos everywhere

Die kurz vorgestellten Konzepte können auf sehr unterschiedliche Systeme angewendet werden: In der Immunologie arbeitet man mit Attraktoren, die das Wachstum von Tumoren realistisch beschreiben **[Voitikova 1997]**, und auch die Bildung von Rissen kann als "chaotischer Vorgang" betrachtet werden **[Marder 1993]**: Risse können sehr lange stabil bleiben und nur langsam wachsen. Plötzlich scheint der Riss ein Eigenleben zu entwickeln und breitet sich schnell im Material aus oder verzweigt sich. Wie bei vielen chaotischen Vorgängen lässt sich ein Parameterbereich angeben, in dem das Verhalten vorhersagbar ist. Außerhalb dieses Bereichs – im Fall der Risse: wenn die lokale Energiedichte einen bestimmten Wert überschreitet – verhält sich das System chaotisch. Der Riss kann sich aufgrund kleinster Änderungen schnell ausbreiten, muss dies aber nicht.

Alle diese Systeme weisen die charakteristischen Phänomene der Selbstverstärkung und der Selbstähnlichkeit auf. Letztere wird z.B. in biologischen Systemen auch sofort sichtbar, wie z.B. der Beschreibung des Randes von Blättern **[Marder 2003]**.

Sogar Quantensysteme können chaotisches Verhalten zeigen **[Gutzwiller 1992]**, **[Lignier 2005]**, wie z.B. ein Bose-Einstein-Kondensat **[Zhang 2004]**. Zu beachten ist hier, dass die Nicht-Vorhersagbarkeit chaotischer Systeme immer zu unterscheiden ist von der prinzipiellen Unkenntnis mancher Eigenschaften von Quantensystemen.

4. Ausbreitung von Flüssigkeiten und Gasen – und chaotische Überraschungen

4.1 Instabile Oberflächen

Unter Stabilität versteht man das Verhalten eines Systems als Reaktion auf kleinste Veränderungen. Jeder kennt die Bildung von Wirbeln in schnell strömenden Flüssigkeiten und das schwer oder nicht vorhersagbare Verhalten, wenn bestimmte Grenzggeschwindigkeiten überschritten werden, z.B. am Schnabel eines Milchkännchens.

Auch in der Hydrodynamik können aus scheinbar einfach aussehenden Grundgleichungen chaotische Phänomene resultieren. Die große Schwester der bekannten Bernoulli-Gleichung, die Navier-Stokes-Gleichungen, bieten ebenfalls verschiedene Ansätze für chaotisches Verhalten. [Swinney 2000]

So genannte Instabilitäten treten vor allem an Grenzflächen zwischen Flüssigkeiten oder Gasen auf, wo sich Eigenschaften wie Dichte oder die Strömungsgeschwindigkeit sprunghaft ändern. Eine instabile Oberfläche bedeutet, dass sich der Prozess, der eine leichte Unebenheit in einer Flüssigkeitsoberfläche bewirkt, selbst verstärkt und damit sichtbare Wellen entstehen. Dem theoretischen unendlichen Anwachsen im Resonanzfall stellen sich aber immer rückstellende Kräfte entgegen.

4.2 Instabilitäten durch tangentialen Wind

In seltenen Fällen lassen sich in der Natur Wolkenphänomene beobachten, die sich aufstauenden Wellenkämmen ähneln:



Abbildung 16 Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten in Wolken, erkennbar an den typischen "Wellenkämmen". Mit freundlicher Genehmigung von Ben Foster (UCAR)

Dieses Aufrollen einer Grenzschicht zwischen zwei strömenden Medien wird als Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten bezeichnet [Terrade 2001] [Landau Lifshitz 6]

Diese Art Wirbel kann auch im Windschatten von Fahrzeugen und Flugzeugen entstehen und generell dort, wo ein Objekt den Luftstrom blockiert und so eine Zone plötzlicher Windstille entsteht. Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten können damit eine Gefahr für Paragleiter darstellen und stellen auch in Raketentriebwerken ein Problem dar. (Animationen zur Entstehung findet man z.B. in [Terrade 2001])

Die Grenzschicht wird auf charakteristische Weise verwirbelt, wenn sich die Geschwindigkeiten der beiden Flüssigkeiten oder Gase unterscheiden. Speziell inkompressible haben außer der Verwirbelung keine andere Möglichkeit, diesem "Wettlauf zu entkommen". Eine solche Grenzfläche entsteht, wenn sich der Strömung ein Objekt in den Weg stellt und damit schlagartig einen Bereich mit einer Geschwindigkeit gleich Null erzeugt. Prinzipiell reicht jedoch ein minimaler Unterschied der Geschwindigkeiten aus. Nicht jede Fluktuation wird aber sofort zu einem großen Wirbel, da die Oberflächenspannung (Kapillarkraft) als rückstellende Kraft wirkt. Trotzdem können Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten auch dafür verantwortlich sein, dass sich einzelne Tröpfchen von einer Oberfläche losreißen. Diese Instabilitäten sind der tiefere Grund, warum Wind entlang der Meeresoberfläche Tröpfchen "in die Luft schleudern kann", wenn die Windgeschwindigkeit einen Schwellwert überschreitet.

Aus dem Wechselspiel zwischen Aufschaukelung und Dämpfung können charakteristische Wellenlängen berechnet werden; damit ist auch eine resonante gezielte Anregung von Kapillarwellen möglich.

4.3 Instabilitäten durch Gravitationskraft

Wird eine Flüssigkeit höherer Dichte auf eine Flüssigkeit geringerer Dichte geschichtet, ist die Grenzfläche instabil und wird wieder nur durch die Oberflächenspannung stabilisiert (Rayleigh-Taylor-Instabilitäten). Eine kleine Störung der Oberfläche kann bewirken, dass sich die beiden Flüssigkeiten schnell mischen, indem sich fingerförmige Ausläufer von der schweren in die leichtere Flüssigkeit bilden. Auch die charakteristische Pilz-artige Form der Wolke nach einer Atomexplosion wird durch Rayleigh-Taylor-Instabilitäten bestimmt.

Ob es überhaupt zu diesem "Durchbruch" kommen kann, hängt von einem dimensionslosen Parameter ab, der Reynolds-Zahl, in die Dichte, charakteristische Geschwindigkeit und Zähigkeit einfließen. Die Reynolds-Zahl bestimmt, ob eine Strömung als chaotisch beschrieben werden kann [Swinney 2000] [Brandstater 1987] .

4.4 Thermokapillare Effekte

Warme Luft strömt nach oben. Was passiert aber, wenn in einer Flüssigkeitsschicht an der unteren Grenzfläche eine HÖHERE Temperatur herrscht als an der oberen? Berücksichtigt man auch den Energietransport durch Konvektion innerhalb der Flüssigkeitsschicht und betrachtet man die Gleichung für den Wärmetransport ("Wärmeleitungsgleichung") erhält man wieder einen Bereich von Parametern, in dem kleine Störungen instabil anwachsen können.

Wie in zuvor genannten Fällen bricht die Grenzfläche auf, letztendlich weil diese kompliziertere Form einer Grenzfläche (bzw. diese vielen inneren Grenzflächen) energetisch günstiger oder zumindest gleichwertig ist.

Bei Rayleigh-Bénard-Konvektion [Morris 1993] zerfällt eine gleichförmige Flüssigkeitsoberfläche in einzelne lineare – z.B. spiralförmige – "Konvektionszellen", wenn die Temperaturdifferenz einen kritischen Wert überschreitet. Minimalste Störungen setzen die Konvektion in Gang.

Ist die Tiefe der betrachteten Flüssigkeit gering, spielt auch die Temperatur- und damit Tiefenabhängigkeit der Oberflächenspannung eine Rolle [Jäger 1996]. Da die Konvektion in diesem Fall durch die Oberflächenspannung "angetrieben" wird, kann dieser Effekt auch in der Schwerelosigkeit beobachtet werden.

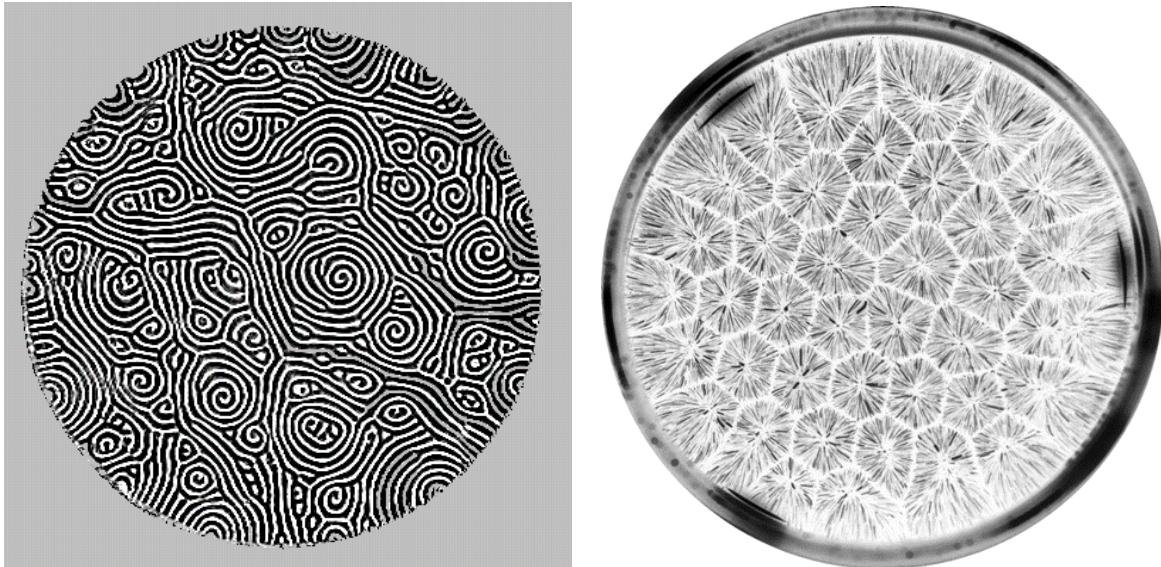


Abbildung 17 Instabilitäten in Gas- oder Flüssigkeitsschichten. **Links:** Spiralförmige Konvektionszellen als Beispiel für Rayleigh-Bénard-Instabilitäten, mit freundlicher Genehmigung von Stephen Morris (Univ. of Toronto) [Morris 1993]. **Rechts:** Marangoni-Konvektionszellen, erzeugt durch Heizen einer Flüssigkeitsschicht. Mit freundlicher Genehmigung von Carsten Jäger (RWTH Aachen) [Jäger 1996].

Folgende Nebenbemerkung aus einer Arbeit über diese so genannten Marangoni-Konvektionszellen bringt die Komplexität dieser "selbstorganisierenden Systeme" auf den Punkt [Jäger 1996] "Größe und Anordnung der Walzen oder Zellen werden durch die der Form der Schalen nicht vorweggenommen. Es ist insgesamt ein komplexes Verhalten, wo Ursache und Wirkung so verzahnt ineinander greifen, daß sie sich nicht mehr trennen lassen."

4.5 Abscheidung aus der Gasphase

Periodische Strukturen und Muster können bei scheinbar kontinuierlichen Abscheidungs Vorgängen entstehen. Durch Laserlicht können Strukturen auf ein Trägermaterial geschrieben werden, indem dieses Substrat lokal stark erhitzt wird. Die Abscheidungsreaktion findet dann nur lokal im Fokus des Laserstrahls statt. Durch die Abscheidung des Materials ändern sich aber auch wiederum die Eigenschaften, die in weiterer Folge beeinflussen, wie sich die Energie des Laserstrahls auswirkt. Wieder kann es durch solche Rückkopplungen zu einem plötzlichen Ausbilden von Strukturen kommen:

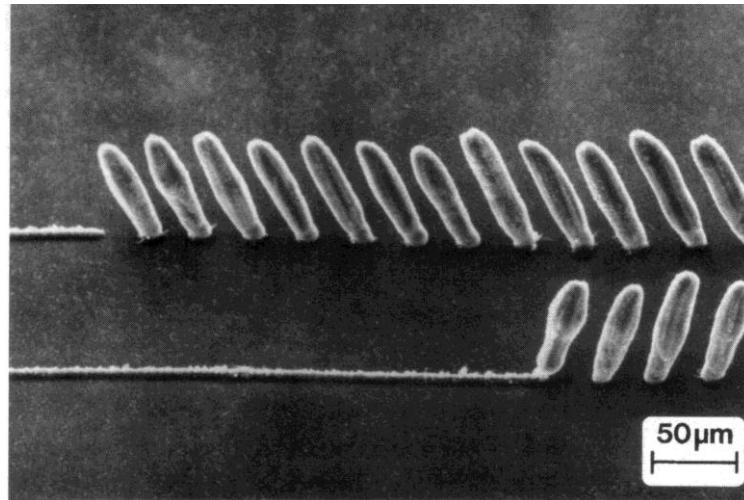


Abbildung 18 Periodische Strukturen beim Schreiben von Strukturen mit Laserlicht, wenn die Laserleistung eine kritische Größe überschreitet [Kargl 1993]

Wird z.B. die Laserenergie in dem soeben abgeschiedenen Streifen sehr gut absorbiert, steigt die Temperatur an, mehr Material wird abgeschieden, dadurch wird der Streifen breiter, die Energie verteilt sich in einem größeren Volumen, die Temperatur sinkt, und der Streifen wird wieder schmaler der Prozess beginnt von vorne.

Berücksichtigt man zusätzlich, dass beim Anwachsen der Strukturen sich die Temperatur auch ändert, weil sich die Spitze nun außerhalb des Laserfokus befindet, können die Effekte noch dramatischer sein: Durch das schnelle Wachstum in der Dimension normal zum Trägermaterial kann es sein, dass der Streifen sich sozusagen aufstellt und kippt, wie eine Wasserwelle, die sich dem Ufer nähert und bricht. Das Ergebnis sind diskontinuierliche, einzelne Stäbchen-förmige Strukturen anstelle eines zusammenhängenden Streifens.

Diese periodischen Strukturen sind zu unterscheiden von Strukturen die z.B. durch Beugungseffekte entstehen.

5. Zusammenfassung

Verschiedene Theorien wurden im Überblick dargestellt, um mögliche Analogien zum Themenkomplex "Durchbruch bei der der Verbreitung neuer Ideen" herzustellen. Im Zentrum stand die Frage nach einer adäquaten Beschreibung einer komplexen Realität und mögliche konkrete Ansatzpunkte.

Reale Systeme, wie z.B. soziale Gefüge, bestehen aus vielen wechselwirkenden Einzelkomponenten. Begriffe wie "Netzwerke", "Chaos", "Nichtlinearität" und "Komplexität" werden in diesem Zusammenhang häufig verwendet. Eine adäquate Beschreibung von Systemen ist nur mit einem interdisziplinären Ansatz möglich (: "The study of nonequilibrium systems is inherently interdisciplinary." [Swinney 2000])

5.1 Einfache Beschreibung der Komplexität?

Mathematische Modelle können nur vereinfachte Beschreibungen der Realität sein; trotzdem können **gerade für komplexe Systeme kritische Übergänge mit verhältnismäßig einfachen Zusammenhängen** beschrieben werden: Sowohl in der Netzwerktheorie als auch in der Theorie der Phasenübergänge können charakteristische Eigenschaften in der Entwicklung von Systemen phänomenologisch beschrieben werden – d.h. ohne Kenntnis der mikroskopischen Eigenschaften der Teilkomponenten, die das

System aufbauen. Charakteristisch ist auch die **skalenfreie Beschreibung** kritischer Vorgänge. Die entscheidenden Unterschiede zwischen den Modellen dürfen allerdings nicht außer Acht gelassen werden: Das Wachstum skalenfreier Netze wird beschrieben durch nicht umkehrbare Veränderung; Skalenfreiheit entsteht durch stetiges (schnelles) Wachstum. Phasenübergänge und die Ordnungsphänomene in der Umgebung eines kritischen Punktes sind umkehrbar (wenn auch u.U. mit einer gewissen Latenz oder "Hysterese").

5.2 The Power of Context

Der Erfolg der "Außensicht" der einfachen, phänomenologischen Modelle könnte in Zusammenhang gesetzt werden, mit einem der Faktoren, die Gladwell als essentiell für die Verbreitung neuer Ideen sieht – **"the power of context"** [Gladwell 2000] Gladwell führt einige Beispiele an, die eindrucksvoll zeigen, wie stark sich momentane "Umgebungsbedingungen" auswirken können. Die Neigung zu altruistischem Verhalten wurde untersucht, indem Testpersonen einerseits nach ihren Wertvorstellungen und ihrem hypothetischen Verhalten gegenüber Hilfsbedürftigen befragt wurden. Andererseits wurde das Verhalten ohne Wissen der Testpersonen wirklich überprüft: Beim Weg von einem "psychologischen Test" zum nächsten begegneten sie einem vermeintlichen bedürftigen Obdachlosen, an dem das theoretisch dargestellte Samaritertum auch praktisch unter Beweis gestellt werden musste. Der Test zeigte, dass unabhängig von den (theoretischen) Wertvorstellungen der Personen vor allem und fast ausschließlich ein Faktor über die tatsächliche praktizierte Hilfeleistung Ausschlag gab: Ob die Personen im Moment der Begegnung in Zeitnot waren oder nicht.

Gladwell ist auch überzeugt, dass sich Gruppenphänomene wie das synchrone Blinken großer Gruppen von Leuchtkäferarten erklären lassen ohne die Kenntnis biologischer Details, sondern ausschließlich durch die Betrachtung des Käferschwarmes als typisches Netzwerk: Als Netzwerk, in dem es eine Art Clusterbildung und Nahordnung innerhalb kleiner Gruppen gibt (in diesem Fall: die Koordination unmittelbar benachbarter Tiere) und andererseits einige herausragende Organismen mit weit reichenden Verbindungen (Connectors), die die Koordination mit anderen Clustern abwickeln.

5.3 Kontinuierliche Vorgaben – sprunghafte Veränderungen

An unterschiedlichen Beispielen wurde gezeigt, dass eine positive Rückkopplung "plötzliche" Veränderungen bewirken kann, auch wenn die Umgebungsbedingungen bzw. die steuerbaren experimentellen Parameter nur kontinuierlich ändern. Mathematisch wird diese Rückkopplung durch die Nichtlinearität der betreffenden Differentialgleichungen ausgedrückt, die die zeitliche und örtliche Änderung bzw. Verteilung charakteristischer Größen beschreiben.

Aus dieser Nichtlinearität ergibt sich letztendlich die berühmt gewordene Empfindlichkeit eines Systems gegenüber dem "Flügel Schlag eines Schmetterlings". Zu beachten ist allerdings, dass das Auftreten dieser Empfindlichkeit u.U. (je nach System) auch nur in einem Bereich von Umgebungsparametern möglich ist. Außerdem kann der tiefere Grund für eine "positiv bewertbare" Veränderung auch den Anlass für "negative" Veränderungen liefern, da die Rückkopplung auch in die Gegenrichtung ablaufen kann. **Kleine Änderungen KÖNNEN damit Großes bewirken**; die erworbenen Errungenschaften können aber ebenso schnell wieder "vernichtet" werden.

5.4 Diffusion und "Stickiness" von Ideen

Unter Diffusion versteht man (mathematisch) die zeitliche Änderung einer charakteristischen Größe an einem bestimmten Ort durch einen Strom, der vom "Gefälle" an diesem Ort abhängt. Bekannte Beispiele dafür sind Wärmeleitung – hier ist die charakteristische Größe die Temperatur – oder die Durchmischung von Gasen. Dass es z.B. für die Durchlüftung eines Raumes eine optimale Zeit gibt (innerhalb der ein "Gleichgewicht" erreicht wird), ist das Ergebnis der Lösung der Diffusionsgleichung(en).

Diffusion spielt auch eine Rolle beim Wachsen von Strukturen im weitesten Sinne: Interessant ist die Diffusion von Gasen ja meist nicht bei der Betrachtung von quasi unendlich ausgedehnten Räumen, sondern wenn sich den diffundierenden Gasen eine Grenzfläche in den Weg stellt. Gasmoleküle treffen auf eine Grenzfläche auf, können sich dort entlang der Grenzfläche weiter bewegen, können sich wieder lösen (zurückprallen) oder können sich an andere Moleküle an der Grenzfläche anheften und so eine Struktur wachsen lassen. Bei Übersättigung eines Dampfes entsteht eine Grenzfläche – als Tröpfchen – durch Nukleation "aus dem Nichts". Die Vorgänge an Grenzflächen und die Nukleation selbst werden durch (wieder relativ einfache) Energiebilanzen bestimmt wie: Ist es energetisch vorteilhafter, Energie durch Kondensation zu gewinnen und dafür Oberflächenenergie zu investieren?

Die Neigung eines Teilchens aus der Gasphase, auf einer Oberfläche haften zu bleiben, kann durch einen "Stickiness factor" beschrieben werden – ein Begriff, den auch Gladwell in Zusammenhang mit der Weitergabe von Ideen verwendet. Die Stickiness hängt natürlich von vielen Details (der Oberfläche und der Teilchen bzw. der Menschen und der Ideen ab). Turing hat bereits 1952 gezeigt, wie das Wachstum von Organismen durch verblüffend einfache Ansätze von Diffusion verbunden mit Wachstums-hemmenden oder -aktivierenden Stoffen beschrieben werden kann [**Turing 1952**]. Es würde daher nahe liegen, auch die Verbreitung von Ideen als Diffusionsvorgang in sozialen Systemen zu sehen und Annahmen für die Stickiness zu treffen – um so zu einem relativ einfachen Modell zu kommen. Bei richtiger Berücksichtigung der KRITISCHEN Parameter wäre die Chance gegeben, entscheidende Vorgänge der Ideenverbreitung richtig zu beschreiben.

6. Literatur

1. **[Lorentz 1963]** "Deterministic Nonperiodic Flow"
E. N. Lorentz, J. Atmos. Sci. 20, 130-141 (1963)
Zitate über den "Schmetterling": http://www.cmp.caltech.edu/~mcc/chaos_new/Lorentz.html
Übersicht über die Lorentz-Gleichungen und weitere Links:
http://www.absoluteastronomy.com/encyclopedia/L/Lo/Lorentz_attractor.htm
2. **[Hilborn 1994]** "Chaos and Nonlinear Dynamics"
R.C.Hilborn (Oxford University Press, 1994)
http://www.amazon.de/exec/obidos/ASIN/0195057600/ref=ed_of_dp_1/302-4944070-8712012
3. **[Bourke 2005]** Website of Paul Bourke
Paul Bourke, Center for Astrophysics and Supercomputing, Swinburne University of Technology
<http://astronomy.swin.edu.au/~pbourke/fractals/lorenz/>
4. **[Könneker 2005]** "Forschung mit Folgen"
Carsten Könneker in "Gehirn & Geist" Nr.1-2 (Spektrum der Wissenschaft 2005), p.68
<http://www.wissenschaft-online.de/artikel/768241>
5. **[Hawking 2003]** "On the Shoulders of Giants"
Stephen Hawking (ed.) (Penguin Books, 2003)
http://www.amazon.de/exec/obidos/ASIN/0141015713/qid=1112969176/sr=8-1/ref=sr_8_xs_ap_i1_xql/302-7349482-0597641
6. **[Gieryn 1999]** "Cultural Boundaries of Science : Credibility on the Line"
Thomas F. Gieryn (The University of Chicago Press, 1999)
<http://www.amazon.de/exec/obidos/ASIN/0226292622/qid%3D1123408453/302-4944070-8712012>
7. **[APS Report 1989]** "A Report from the American Physical Society Spring Meeting – 1-2 May 1989, Baltimore, MD. Special Session on Cold Fusion"
<http://www.ibiblio.org/pub/academic/physics/Cold-fusion/vince-cate/aps.ascii>
8. **[Singh 1998]** "Fermat's Enigma: The Epic Quest to Solve the World's Greatest Mathematical Problem"
Simon Singh (Anchor Books, 1997)
http://www.amazon.de/exec/obidos/ASIN/0385493622/ref=lpr_g_2/302-4944070-8712012
Website des Autors: http://www.simonsingh.com/What_is_the_Theorem.html
9. **[Nowotny, Felt 1997]** "After the Breakthrough: The Emergence of High-Temperature Superconductivity as a Research Field"
H. Nowotny, Ulrike Felt (Cambridge University Press, 1997)
<http://www.amazon.de/exec/obidos/ASIN/0521524792/qid%3D1123409013/302-4944070-8712012>
10. **[Bednorz, Müller 1987]** "Perovskite Type Oxides - the New Approach to High-Tc Superconductivity"
J. G. Bednorz and K. A. Müller
<http://nobelprize.org/physics/laureates/1987/bednorz-muller-lecture.pdf>
11. **[Gladwell 2000]** Malcolm Gladwell, "The Tipping Point", (Abacus 2000)
http://www.amazon.de/exec/obidos/ASIN/3442127807/qid=1110733898/sr=8-1/ref=sr_8_xs_ap_i1_xql/028-2691204-4550965
12. **[Buchanan 2002]** "Nexus. Small Worlds and the Groundbreaking Theory of Networks" (Norton, 2003)
http://www.amazon.de/exec/obidos/ASIN/0393324427/qid=1111340191/sr=8-2/ref=sr_8_xs_ap_i2_xql/028-5460151-5926935
13. **[Barabási 2003a]** Scale-Free Networks
A.-L. Barabási and Eric Bonabeau, Scientific American May 2003, p.50-59 (2003)
<http://www.nd.edu/~networks/PDF/Scale-Free%20Sci%20Amer%20May03.pdf>
14. **[Schuhmann 1995]** "Zur Komplementarität von Struktur und Strategie im Prozeß organisatorischen Lernens"
Werner Schuhmann, in: *Wirtschafts kybernetik und Systemanalyse „Systemdenken und Globalisierung“*, Band 18, p.151 (Oktober 1995, Reutlingen)
<http://www.gm.fh-koeln.de/~bundschu/gedanken/worddoc/schuhman.doc>
(zusammengestellt von Manfred Bundschuh)

15. **[Barabasi 1999]** "*Emergence of Scaling in Random Networks*"
A.-L. Barabási and R. Albert, Science 286, p. 509-512 (1999),
[http://www.nd.edu/~networks/Publication%20Categories/03%20Journal%20Articles/Physics/EmergenceRandom_Science%20286,%20509-512%20\(1999\).pdf](http://www.nd.edu/~networks/Publication%20Categories/03%20Journal%20Articles/Physics/EmergenceRandom_Science%20286,%20509-512%20(1999).pdf)
16. **[Barabási 2003b]** "*Linked: How Everything Is Connected to Everything Else and What It Means for Business, Science and Everyday Life*",
A.-L. Barabási, Penguin Group (2003)
<http://www.nd.edu/~networks/linked/>
Website of A.-L. Barabási: <http://www.nd.edu/~alb/>
17. **[Barabasi 2001]** "*The Physics of the web*"
A.-L. Barabási
<http://physicsweb.org/articles/world/14/7/09>
18. **[Landau Lifshitz 5]** "*Statistical Physics Part 1*", vol. 5 of "*Course of Theoretical Physics*"
L.D. Landau and E.M. Lifshitz, Butterworth-Heinemann (2000).
<http://www.kolmogorov.com/LandauSP5.html>
19. **[Aidam 1999]** "*Untersuchung des Wachstums dünner Pb(Zr_{0,52}Ti_{0,48})O₃-Schichten und ihre anwendung in ferroelektrischen supraleitenden Feldeffekttransistoren*"
R. Aidam, Dissertation (Universität Karlsruhe 1999)
<http://bibliothek.fzk.de/zb/berichte/FZKA6226.pdf>
20. **[Burnett 1999]** "*The Theory of Bose-Einstein Condensation of Dilute Gases*"
K. Burnett, M. Edwards, C.W. Clark
Physics Today, p.37, December 1999
<http://www.bec.nist.gov/PDF/theoryBEC.pdf>
21. **[Ensher 1996]** "*Bose-Einstein Condensation in a Dilute Gas: Measurement of Energy and Ground-State Occupation*"
J.R. Ensher, D.S. Jin, M.R. Matthews, C.E. Wieman, and E.A. Cornell, Phys. Rev. Lett. 77, 4984 (1996)
<http://jila-www.colorado.edu/pubs/thesis/ensher/ch4.pdf>
Image reprinted in: <http://physicsweb.org/articles/world/10/3/3>
22. **[nobelprize.org 2001]** "*The Nobel Prize in Physics 2001 – Information for the Public*"
<http://nobelprize.org/physics/laureates/2001/public.html>
Bild von: M. Mathews (Gruppe von Eric Cornell)
23. **[Buckel 2004]** "*Supraleitung. Grundlagen und Anwendungen*"
W. Buckel and R. Kleiner (Wiley-VCH 2004)
http://www.amazon.de/exec/obidos/ASIN/3527403485/qid=1114754716/sr=8-1/ref=sr_8_xs_ap_i1_xql/028-2009311-2109302
24. **[Krome 2002]** "*Magischer Magnet – Supraleiter lassen Magneten schweben*"
Thorsten Krome, Web-Artikel aus SpektrumDirekt
http://www.wissenschaft-online.de/page/fe_seiten?article_id=595369
Website des Institutes von Prof. Schultz (Bildquelle):
<http://www.ifw-dresden.de/imw/21/index.html>
25. **[nobelprize.org 2003]** "*Advanced information on the Nobel Prize in Physics, 7 October 2003*"
<http://nobelprize.org/physics/laureates/2003/phyadv03.pdf>
26. **[Swinney 2000]** "*Emergence and Evolution of Patterns*"
H. L. Swinney, in AIP Proceeding "*Stochastic Dynamics and Pattern Formation in Biological and Complex Systems*", S. Kirn, K. J. Lee, and W. Sung (eds.), p.3-22 (American Institute of Physics 2000)
<http://chaos.utexas.edu/manuscripts/1067543693.pdf>
27. **[Wikipedia Game of Life]** "*Conway's Game of Life*"
Eintrag in die freie Enzyklopädie Wikipedia
http://en.wikipedia.org/wiki/Conway%27s_Game_of_Life
28. **[Pesin 2004]** "*Some Physical Models of The Reaction-Diffusion Equation and Coupled Map Lattices*"
Yakov Pesin and Alex Yurchenko
Russian Math. Surveys, 59 (3), 2004
http://www.math.psu.edu/pesin/papers_www/yurch.pdf
29. **[Weisstein, MathWorld]** "*Phase Portrait*"
Eric W. Weisstein, from MathWorld, A Wolfram Web Resource
<http://mathworld.wolfram.com/PhasePortrait.html>

30. **[Barabàsi 1995]** "*Fractal concepts in surface growth*"
A.L. Barabàsi, H.E. Stanley (Cambridge University Press 1995)
http://www.amazon.com/exec/obidos/tg/detail/-/0521483182/ref=sib_rdr_dp/102-5611042-1879358?%5Fencoding=UTF8&no=283155&me=ATVPDKIKX0DER&st=books
31. **[Makeev 1997]** "*Ion-induced effective surface diffusion in ion sputtering*"
A.M. Makeev, A.L. Barabàsi, Applied Physics Letters 71, 2800-2802 (1997)
<http://www.nd.edu/~alb/paper/APL71-2800.ps>
32. **[Turing 1952]** "*A diffusion reaction theory of morphogenesis in plants*"
A. Turing, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series B, No.641, Vol. 237 (1952)
<http://www.turingarchive.org/browse.php/B/22>
33. **[Schmickl 2005]** *Website des Instituts für Zoologie, Universität Graz*
Karl Crailsheim, Thomas Schmickl, Website mit einer kurzen Übersicht über die Turing'schen Differentialgleichungen zur Morphogenese und einer interaktiven Simulation: http://zool33.uni-graz.at/schmickl/Self-organization/Pattern_formation/Reaction-diffusion/reaction-diffusion.html
34. **[Kolmogorov 1937]** "*Etude de l'équation de la diffusion avec croissance de la quantité de matière et son application à un problème biologique*"
A. Kolmogorov, I. Petrovsky, and N. Piscounov, Moscou Univ. Bull. Math. A 1, 1 (1937).
Title quoted in <http://www.swintons.net/deodands/references.html>
35. **[Hek 2000]** "*Bifurcations of homoclinic orbits in singularly perturbed flows*"
G. Hek, Dissertation Universität Utrecht (2000)
<http://turing.wins.uva.nl/~ghek/proef.ps>
36. **[Voitikova 1997]** "*Strange Attractor in Immunology of Tumor Growth*"
M. V. Voitikova
<http://arxiv.org/abs/chao-dyn/9708015>
37. **[Marder 1993]** "*Cracks take a new turn*"
M. Marder Nature, News and Views 362, 295-296 (1993)
<http://chaos.utexas.edu/manuscripts/1093885206.pdf>
38. **[Marder 2003]** "*Theory of edges of leaves*"
M. Marder, E. Sharon, S. Smith and B. Roman, Europhys. Lett. 62, 4, 498-504 (2003)
<http://chaos.utexas.edu/manuscripts/1060729360.pdf>
39. **[Gutzwiller 1992]** "*Quantum Chaos*"
Martin Gutzwiller, Scientific American, January 1992
<http://www.maths.ex.ac.uk/~mwatkins/zeta/quantumchaos.html>
40. **[Lignier 2005]** "*Quantum diffusion in the quasiperiodic kicked rotor*"
H. Lignier, J. C. Garreau, P. Szriftgiser and D. Delande
http://phlam03.univ-lille1.fr/atfr/cq/pub/subf_mecs.pdf
Kurze Einführung in Quanten-Chaos von dieser Arbeitsgruppe: http://phlam03.univ-lille1.fr/atfr/cq/english/res/quantum_chaos.html
41. **[Zhang 2004]** "*Transition to Instability in a Kicked Bose-Einstein Condensate*"
C. Zhang, J. Liu, M.G. Raizen, Q. Niu
Phys. Rev. Lett. 92 (2004).
<http://chaos.utexas.edu/manuscripts/1080338115.pdf>
42. **[Landau Lifshitz 6]** "*Fluid Mechanics*", vol. 6 of "*Course of Theoretical Physics*"
L.D. Landau and E.M. Lifshitz, Butterworth-Heinemann (1987).
<http://www.kolmogorov.com/LandauFM6.html>
43. **[UCAR 2005]** "*Communications website*"
Vol.39 #3 (2004)
<http://www.ucar.edu/communications/staffnotes/0403/index.html>
(Bilder von Ben Foster: am Ende der Seite)
44. **[Terrade 2001]** "*Kelvin-Helmholtz instability*"
Stephanie Terrade, in "Overview Hydrodynamik Instabilities", Website der Ecole Nationale Supérieure d'Electrotechnique, d'Electronique, d'Informatique, d'Hydraulique et des Télécommunications
<http://www.enseeiht.fr/hmf/travaux/CD0001/optmfn/hi/01pa/hyb72/index.htm>
45. **[Brandstater 1987]** "*Strange attractors in weakly turbulent Couette-Taylor flow*"
A. Brandstater and H. L. Swinney, Phys. Rev. A 35, 2207-2220 (1987).
<http://chaos.utexas.edu/manuscripts/1064948758.pdf>

46. **[Jäger 1996]** *"Untersuchungen einer kohärenten Marangoni-Bénard-Konvektionszelle"*
Diplomarbeit von Carsten Jäger, RWZH Aachen, 1996
<http://www.physiology.rwth-aachen.de/user/jaeger/diplom/diplom.pdf>
Animationen und Bilder auf der Übersichtsseite:
http://www.physiology.rwth-aachen.de/user/jaeger/diplom/index_e.html
47. **[Morris 1993]** *"Spiral Defect Chaos in a Large Aspect Ratio Rayleigh-Bénard Convection"*
S.W. Morris, E. Bodenschatz, D.S. Cannell, G. Ahlers
Phys. Rev. Lett. 71, 2026 (1993)
<http://www.physics.utoronto.ca/nonlinear/pub/MBCA93.pdf>
Bilder:
http://www.physics.utoronto.ca/nonlinear/gallery.html#rbc_gallery
48. **[Kargl 1993]** *"Bistable growth in laser chemical vapor deposition"*
P.B. Kargl, R. Kullmer, D. Bäuerle, Appl. Phys. A 57, 577 (1993)
Dieses Paper wird u.a. auch in diesem Buch von D. Bäuerle zusammengefasst:
http://www.amazon.de/exec/obidos/ASIN/3540668918/qid=1114963518/sr=8-1/ref=sr_8_xs_ap_i1_xgl/028-2009311-2109302